ГЛАВА 3 МЕЖПЛАНЕТНЫЕ ПОЛЕТЫ

3.1 Методические аспекты расчета траекторий межпланетных перелетов

Траектория межпланетного КА в отличие от траектории ИСЗ не ограничена окрестностью Земли. Значительная ее часть проходит вдали от Земли. В рамках задачи двух тел Земля − КА, даже с учетом возмущений, невозможно получить удовлетворяющие практику результаты. При удалении от Земли, КА попадает в область преобладающего гравитационного воздействия Солнца, планеты назначения, а возможно и других планет Солнечной системы. Для составления математической модели движения межпланетного КА приходится учитывать все указанные факторы. В результате полная математическая модель, описывающая движение такого КА, оказывается достаточно сложной. Использовать такую модель при анализе проекта КА, при выборе траектории межпланетного КА затруднительно, даже при использовании современной вычислительной техники. На этапе предварительных проектных разработок КА, связанном с предварительным выбором его основных проектных параметров и режимов движения (выгодных с точки зрения, например, получения минимальных энергозатрат, находит применение метод, так называемой, кусочно-конической аппроксимации, основанный на использовании понятия сфер действия (грависфер) небесных тел (см. параграф 4.3 [1]). В соответствии с этим методом, непрерывная межпланетная траектория представляется из трех участков: 1) геоцентрического, 2) гелиоцентрического, 3) планетоцентрического. На каждом участке учитывается действие только одного притягивающего тела. Таким образом, траектория межпланетного перелета представляется в виде кусков траекторий конического сечения.

Гелиоцентрический участок межорбитального перелета, в свою очередь, может состоять из нескольких Кеплеровых орбит, если для разгона или торможения на этом участке используются гравитационные поля других планет или активные промежуточные маневры.

Для успешного выполнения основной задачи межпланетного перелета необходимо выполнить два условия: 1. орбита межпланетного перелета должна пересекаться с орбитой планеты назначения; 2. КА должен прибыть в точку пересечения орбит одновременно с планетой – целью.

Существует разновидность метода грависфер, в которой конкретных границ грависфер не вводится. Эта разновидность называется методом грависфер нулевой протяженности (используется для расчета гелиоцентрического участка). Сущность этого метода сводится к следующим трем дополнительным допущениям метода грависфер:

1. При исследовании гелиоцентрического участка траектории КА пренебрегают протяженностью грависфер планет. Считается, что после выхода из грависферы Земли, КА находится в точке, в которой располагается центр Земли, (а самой Земли и ее грависферы нет). При подлете к планете назначения ее грависфера также имеет нулевую протяженность, и транспортная задача гелиоцентрического участка траектории заключается в попадании в точку, в которой располагается центр планеты назначения.
2. Время начала гелиоцентрического участка траектории считается равным времени старта КА с промежуточной орбиты ИСЗ. Аналогично допущение делается при анализе времени подлета КА к планете – цели.
3. Геоцентрическая скорость КА в момент выхода из грависферы Земли считается равным гиперболическому избытку скорости $\overline{V}_{\infty 0}$. Эта та скорость, которую КА, двигаясь, по гиперболической траектории относительно центра Земли в задаче двух тел имеет при удалении от этого центра в бесконечность. Иначе говоря, асимптота гиперболической орбиты отрыва будет параллельна вектору $\overline{V}_{\infty 0}$, который определяется из равенства

$$\overline{V}_{\infty 0} = \overline{V}_{\text{ос}} - \overline{V}_{\text{З}}, \qquad (3.1)$$

а асимптота гиперболической орбиты прибытия параллельна вектору гиперболического избытка скорости $\overline{V}_{\infty k}$, определяемого из равенства

$$\overline{V}_{\infty\text{к}} = \overline{V}_{\text{пл}} - \overline{V}_{\text{кс}}. \qquad (3.2)$$

Здесь $\overline{V}_{\text{ос}}, \overline{V}_{\text{кс}}$ – векторы начальной и конечной скоростей КА на гелиоцентрическом участке, а $\overline{V}_{\text{з}}, \overline{V}_{\text{пл}}$, соответственно, орбитальные скорости Земли в начальный момент гелиоцентрического участка и планеты – в конечный момент. Использование метода грависфер позволяет построить следующую структурную схему решения задачи по определению проектно-баллистических характеристик КА. Вначале решается внешняя задача – задача по расчету гелиоцентрического участка межорбитального перелета, одним из результатов которой является нахождение $\overline{V}_{\infty 0}, \overline{V}_{\infty \text{к}}$. Далее обращаются к внутренним задачам – к алгоритмам поиска гиперболических орбит отрыва и прибытия, соответствующие асимптоты которых должны быть параллельны $\overline{V}_{\infty 0}, \overline{V}_{\infty \text{к}}$, а константы интегралов энергии равны $V_{\infty 0}^2, V_{\infty \text{k}}^2$ соответственно.

Перейдем к анализу траекторий основных участков межпланетного перелета. Согласно, изложенной структурной схеме расчета, начинаем с гелиоцентрического участка.

3.2 Расчет гелиоцентрического участка

Задачей баллистического расчета гелиоцентрического межпланетного перелета является определение (при заданной гелиоцентрической дате старта $T_{\text{ст}}$ и заданным временем перелета $t_{\text{п}}$) его основных кинематических параметров, в том числе значений гиперболических избытков скорости $V_{\infty 0}, V_{\infty \text{k}}$, которые являются исходными для решения проектной задачи.

Задание $T_{\text{ст}}$ и $t_{\text{п}}$ дает возможность найти гелиоцентрическую дату прибытия к планете назначения $t_{\text{к}}=t_{\text{п}}+T_{\text{ст}}$ и позволяет по астрономическим справочником однозначно определить радиус-векторы $\overline{r}_1, \overline{r}_2$ КА, соответственно, в начальный и конечный моменты гелиоцентрического участка (рис. 3.1). Следовательно:

$$\sin\Phi = \frac{\left|\overline{r}_1 \times \overline{r}_2\right|}{r_1 r_2}, \;\; \cos\Phi = \frac{\overline{r}_1 \cdot \overline{r}_2}{r_1 r_2}. \tag{3.3}$$

Если используется допущение о нулевых грависферах, то $\overline{r_1}, \overline{r_2}$ равны радиус-векторам Земли и планеты назначения относительно Солнца. По астрономическим справочникам можно найти также и скорости Земли в момент времени t_0–$\overline{V_З}$ и скорость планеты в момент времени $t_к$–$\overline{V_{пл}}$. Таким образом, известны $\overline{r_1}, \overline{r_2}$, $\overline{V_З}, \overline{V_{пл}}$. Задача расчета гелиоцентрического участка заключается в нахождении такого конического сечения (в основном эллипса), которое проходит через $\overline{r_1}, \overline{r_2}$ так, чтобы время перелета между $\overline{r_1}, \overline{r_2}$ и было равно $t_п$. Сформулированная задача сводится к решению уравнения Ламберта ((4.13) [1]).

На рис. 3.1: A_0 – начальная точка гелиоцентрического участка, $A_к$ – конечная точка. Для этих точек имеют место векторные равенства (3.1), (3.2).

Соответствующие векторные треугольники показаны на рис. 3.1. Скорости $\overline{V_0}, \overline{V_к}$ определяются по формулам (2.39), (2.40) [1]:

$$\overline{V}_{ос} = \frac{\sqrt{\mu\rho}}{r_1 r_2 \sin\Phi}\left\{\overline{r}_2 - \left[1 - \frac{r_2}{\rho}(1-\cos\Phi)\right]\overline{r}_1\right\},$$

$$\overline{V}_{кс} = \frac{\sqrt{\mu\rho}}{r_1 r_2 \sin\Phi}\left\{-\overline{r}_1 + \left[1 - \frac{r_1}{\rho}(1-\cos\Phi)\right]\overline{r}_2\right\},$$

здесь μ – гравитационный параметр Солнца. Векторы $\overline{r}_1, \overline{r}_2\ \overline{V}_{ос}, \overline{V}_{кс}$ задаются в эклиптической системе координат.

Таким образом, алгоритм расчета гелиоцентрического участка траектории КА сводится к следующим этапам:

1. По времени старта $T_{ст}$ и времени перелета $t_п$ к заданной планете – цели определяются по астрономическим справочникам радиус-векторы Земли и планеты – цели, а так же их скорости в эти моменты.

2. Решается уравнение Ламберта (4.13) [1] и находятся a, p, e, и при необходимости, другие элементы гелиоцентрической траектории КА. (см. параграф 4.2, 4.1 [1]).

3. По формуле (2.39) [1] определяется гелиоцентрическая скорость КА $\overline{V}_{ос}$ в момент выхода из грависферы Земли, по формуле (2.40) [1] определяется гелиоцентрическая скорость $\overline{V}_{кс}$ подлета КА к грависфере планеты – цели.

4. По формуле (3.1), (3.2) определяются гиперболические избытки скорости $\overline{V}_{\infty 0}, \overline{V}_{\infty \text{к}}$ в эклиптической системе координат.

3.3 Третья космическая скорость

В зависимости от величины гелиоцентрической скорости $\overline{V}_{\text{ос}}$, гелиоцентрические орбиты КА могут быть эллиптическими, параболическими (имеют лишь теоретический интерес), гиперболическими. Третья космическая скорость $\overline{V}_{\text{ш}}$ – это такая скорость относительно Земли (в результате действия разгонного блока при сходе с промежуточной орбиты ИСЗ), обеспечивающая выход из Солнечной системы по параболе, касательной к орбите Земли (в рамках грависферы нулевой промежуточности). При расчете этой скорости предполагают, что орбита Земли круговая, с радиусом, равным большой полуоси орбиты Земли – одной астрономической единице (а.е.). Найдем величину третьей космической скорости. Используя интеграл энергии, можем записать

$$V^2 - \frac{2\mu_3}{r} = V_{\infty 0}^2 - \frac{2\mu_3}{r_{\text{сф.д.З.}}} = H \,, \tag{3.4}$$

где V – скорость КА в точке выключения двигателя разгонного блока относительно Земли, r – расстояние точки выключения двигателя разгонного блока от центра Земли, $V_{\infty 0}$ – скорость КА на границе сферы действия (гиперболический избыток скорости) относительно Земли, $r_{\text{сф.д}}$ – радиус сферы действия Земли.

Из уравнения (3.4) имеем:

$$V_{\infty 0}^2 = -V_{\text{осв}0}^2 \left(1 - \frac{r}{r_{\text{сф.д}}}\right) + V^2 \approx V^2 - V_{\text{осв}0}^2 \,, \tag{3.5}$$

где $V_{\text{осв}0}^2 = \dfrac{2\mu_3}{r}$ – параболическая скорость в точке выключения двигателя. $\left(\dfrac{r}{r_{\text{сф.д}}} \approx 0\right)$.

Из (3.5) следует, что минимальное значение скорости V соответствует минимуму скорости $V_{\infty 0}$.

Обратимся к формуле (3.1). Из этой формулы следует: $\overline{V}_{ос} = \overline{V}_{0\infty} - \overline{V}_{З}$. В этом векторном равенстве нам известна $\overline{V}_{З}$. Величина этой скорости на среднем расстоянии Земли от Солнца равна $V_З$=29,77 км/с. Известна и минимальная скорость $V_{ос}$. На среднем расстоянии Земли от Солнца эта скорость (параболическая скорость) равна $V_{0пар} = \sqrt{\frac{2\mu_с}{\rho_З}} = 42{,}10$ км/с. Легко увидеть, что минимальная величина $V_{\infty 0}$ соответствует коллинеарному расположению векторов $\overline{V}_{ос}$, $\overline{V}_{З}$, $\overline{V}_{\infty 0}$. Скорость выхода из грависферы $\overline{V}_{\infty 0}$ должна быть направлена при этом по скорости Земли $\overline{V}_{З}$. При таком расположении векторов из (3.1) следует равенство: $V_{ос}=V_{\infty 0}+V_З$. Таким образом, минимальное значение потребной скорости $V_{\infty 0}$ оказывается равно: $(V_{ос})_{\min}=V_{\infty 0}-V_З= 42{,}1-29{,}77 = 12{,}34$ км/с.

Подставим это значение в формулу (3.5) и, учитывая, что при $r=R$ $V_{осв0}$=11,2 км/с, получим величину третьей космической скорости:

$$V \equiv V_{\text{III}} = \sqrt{V_{\infty 0}^2 + V_{осв0}^2} = \sqrt{12{,}34^2 + 11{,}2^2} = 16{,}67 \text{ км/с.} \tag{3.6}$$

Таким образом, мы получили величину 3-ей космической скорости, обеспечивающей космическому аппарату уход из Солнечной системы по параболе, касательной к орбите Земли.

Рассмотрим некоторые закономерности межпланетных траекторий. Пусть гелиоцентрические траектории касательны к орбите Земли и $V_{ос}< V_{пар}$=42,10 км/с. В этом случае мы получаем орбиты искусственных планет. При этом возможны следующие случаи:

1) $\overline{V}_{\infty 0}$ совпадает по направлению со скоростью $\overline{V}_{З}$, тогда $V_{ос}>V_З$ и орбита искусственной планеты (КА) расположена вне орбиты Земли (рис. 3.2, а), ее перигелий находится на орбите Земли;

2) $\overline{V}_{\infty 0} = 0$; тогда $V_{ос} = V_З$ и орбита КА совпадает с орбитой Земли (рис. 3.2, *б*);

3) $\bar{V}_{\infty 0}$ направлена в сторону прямо противоположную скорости Земли $\bar{V}_З$, тогда $V_{ос} < V_З$ и орбита КА расположена внутри орбиты Земли (рис. 3.5, *в*), ее афелий находится на орбите Земли;

4) $\bar{V}_{\infty 0} = -\bar{V}_З$, тогда $V_{ос} = 0$ и орбита КА вырождается в радиальную прямую падения на Солнце, которое продолжается 64 дня (рис. 3.5, *г*). В этом случае $V_{\infty 0} = V_З = 29{,}77$ км/с, и

$$V = V_{IV} = \sqrt{V_{\infty 0}^2 + V_{осв0}^2} = \sqrt{29{,}77^2 + 11{,}2^2} \approx 31{,}8 \text{ км/с.} \qquad (3.7)$$

Эту скорость называют четвертой космической скоростью. «Упасть» на Солнце оказывается во много раз труднее, чем покинуть поле его тяготения. Еще более трудным был бы вывод КА на такую орбиту, по которой он обращался бы вокруг Солнца в направлении, обратном движению Земли и других планет. Для этого скорость $\bar{V}_{\infty 0}$ должна быть направлена противоположно скорости Земли и превышать 31,8 км/с.

3.4 Геоцентрический участок траектории

Рассматривается движение КА в сфере действия Земли (планеты старта). Необходимо обеспечить «плавный» переход КА на межпланетную траекторию. Такая траектория должна удовлетворять требованию, чтобы после полета в сфере действия Земли на границе сферы действия, вектор скорости КА относительно Земли совпадал с вектором скорости «на бесконечности» $\bar{V}_{\infty 0}$. Из анализа гелиоцентрического участка получен вектор гелиоцентрической скорости КА в момент выхода из грависферы Земли $\bar{V}_{ос}$ и вектор $\bar{V}_{\infty 0} = \bar{V}_{ос} - \bar{V}_З$. При этом, т.к. векторы $\bar{V}_{ос}$ и $\bar{V}_З$ заданы в эклиптической системе координат $Ox_э y_э z_э$, то и вектор $\bar{V}_{\infty 0}$ получается также в эклиптической СК (см. 3.1, 3.3 [1]) $\bar{V}_{\infty 0}\left[V_{\infty x_э}, V_{\infty y_э}, V_{\infty z_э}\right]$.

Зная «эклиптические» проекции геоцентрической скорости $\bar{V}_{\infty 0}$ можно, используя таблицу направляющих косинусов (табл. 3.3 [1]), найти проекции этой скорости на оси геоцентрической экваториальной СК $Oxyz$:

$$
\begin{aligned}
&V_{\infty x} = V_{\infty x_{\text{э}}},\ V_{\infty y} = V_{\infty y_{\text{э}}} \cos\varepsilon - V_{\infty z_{\text{э}}} \sin\varepsilon,\\
&V_{\infty z} = V_{\infty z_{\text{э}}} \sin\varepsilon + V_{\infty z_{\text{э}}} \cos\varepsilon. \qquad \left(\varepsilon \cong 23^{\circ}27'\right)
\end{aligned} \tag{3.8}
$$

Задача состоит в том, чтобы подобрать удовлетворяющую определенным условиям опорную промежуточную орбиту ИСЗ, с которой должен стартовать КА, определить момент старта с этой орбиты и величину потребного разгонного импульса, для того, чтобы геоцентрическая траектория КА представляла собой гиперболу с величиной и направлением скорости на бесконечности $\overline{V}_{\infty 0}$, соответствующей найденной по формулам (3.8). Опорная орбита считается заданной и близкой к круговой. В этом случае характеристическая скорость разгонного блока $V_{\text{хар}} = \int\limits_{t_0}^{t_0+t_a} \frac{p}{m} dt$ и величина гравитационных потерь $\Delta V_{\text{гр}} = \int\limits_{t_0}^{t_0+t_a} g \sin\theta_V dt$ (t_0 – время старта с опорной орбиты, t_a – время работы разгонного блока, θ_V – траекторный угол в момент t_0) будут наименьшими. Для примера укажем [10], что опорная орбита ИСЗ, которая была использована для первого полета автоматической межпланетной станции к Венере 12.02.61 была близка к окружности ($r_{\text{п}} = 6601\,\text{км}, r_{\text{а}} = 6658\,\text{км}$). Далее, считается заданным наклонение опорной орбиты i_0. Последнее связано с положением космодрома (в севером полушарии) и фиксированными допустимыми азимутами запуска с космодрома (см. (2.4)).

С точки зрения энергетических затрат ракеты-носителя, ее траекторию целесообразно иметь плоской. В этом случае не нужно тратить энергию на искривление траектории КА. Азимут запуска целесообразно выбирать близким к $\pi/2$. В этом случае скорость космодрома за счет вращения Земли относительно инерциальной СК будет арифметически складываться со скоростью КА относительно Земли и таким образом получаем максимальный эффект от вращения Земли при наборе скорости КА. Естественно, при таком старте опорная орбита ИСЗ будет иметь наклонение, равное геоцентрической широте космодрома, т.е. $i_0 = \varphi$ (рис. 3.3). На рис. 3.3. отрезок КА – проекция траектории запуска с азимутом $\pi/2$. Скорость КА в точке A перпендикулярна нанесенной на рисунке меридианальной плоскости KOE и направлена от читателя (обозначение «$\oplus$»). Переносная скорость стартовой СК, связанная с суточным вращением Земли равна $r_0\omega_3\cos\varphi$, где $r_0 = |OA|$ и направлена по скорости КА в точке A. При этом КА будет отрезком следа плоскости орбиты ИСЗ.

Долготу восходящего узла Ω_0 промежуточной орбиты ИСЗ можно получить практически любой за счет выбора момента старта с космодрома. Космодром (вместе с Землей) относительно инерциального пространства вращается со скоростью один оборот в сутки. Поэтому, выбирая внутри суток момент старта с космодрома, можно обеспечить любую долготу восходящего узла орбиты спутника.

Возможные моменты запуска с космодрома для получения определенного значения долготы восходящего узла повторяются через сутки. Определенные ограничения на выбор геоцентрического участка траектории связаны с проблемами обеспечения слежения за КА с наземных пунктов для определенных критических точек траектории КА. Возможны и некоторые другие ограничения.

Таким образом, при расчете геоцентрического участка считаем заданными: $\overline{V}_{\infty 0}$ – вектор геоцентрической скорости КА в момент выхода из грависферы Земли; p_0 – фокальный параметр, e_0 – эксцентриситет, i_0 – наклонение промежуточной орбиты ИСЗ. Остальные параметры опорной орбиты ИСЗ: Ω_0, ω_0 и др. не фиксированы и мы имеем право их выбирать. Ограничиваем себя рассмотрением такой рациональной схемы полета КА, при которой старт с промежуточной орбиты происходит в перигее этой орбиты, причем приращение скорости КА за счет работы разгонного блока направлено по скорости КА на орбите ИСЗ. Это самый целесообразный, с точки зрения энергетических затрат, случай. Более выгодно изменять константу энергии КА: там, где скорость КА самая большая (т.е. в перигее орбиты) таким образом, чтобы не тратить топливо на искривление траектории, а только на набор КА скорости.

Последнее обстоятельство приводит к тому, что направление скорости КА после того, как ему сообщен импульс скорости $\Delta\bar{V}$, остается таким же, как и направление скорости на промежуточной орбите ИСЗ. При этом положение плоскости орбиты ИСЗ и КА, стартующего с нее, не изменится. Начальная точка геоцентрической траектории КА оказывается перицентральной (в ней скорость перпендикулярна радиус-вектору КА). Определим положение плоскости орбиты ИСЗ и КА. Этой плоскости должен принадлежать полученный вектор геоцентрической скорости $\bar{V}_{\infty 0}$ и наклонение ее должно быть равно заданному: i_0 (рис. 3.4). Орт внешней нормали $\bar{\xi}^0 \equiv \bar{h}^0$ к плоскости промежуточной орбиты ИСЗ в геоцентрической экваториальной СК $Oxyz$ может быть представлен в виде (см. табл. 3.1 [1]) $\bar{\xi}^0 = (\sin\Omega_0 \sin i_0)\bar{i} + (-\sin i_0 \cos\Omega_0)\bar{j} + (\cos i_0)\bar{k}$, где $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ орты СК $Oxyz$.

Уравнение плоскости орбиты ИСЗ в СК $Oxyz$ запишется следующим образом:

$$x \sin\Omega_0 \sin i_0 - y \sin i_0 \cos\Omega_0 + z \cos i_0 = 0, \tag{3.9}$$

где x, y, z – координаты любой точки рассматриваемой плоскости в СК $Oxyz$.

Из (3.9), полагая $z = 0$, найдем уравнение линии узлов орбиты ИСЗ:

$$x \sin\Omega_0 \sin i_0 - y \sin i_0 \cos\Omega_0 = 0. \tag{3.10}$$

Для того, чтобы вектор $\bar{V}_{\infty 0}$ принадлежал плоскости орбиты (3.9) должно выполняться условие ($\bar{V}_{\infty 0} \perp \bar{\xi}^0$): $\bar{V}_{\infty 0} \cdot \bar{\xi}^\circ = 0$, или

$$\bar{V}_{\infty 0x} \sin\Omega_0 \sin i_0 - \bar{V}_{\infty 0y} \cos\Omega_0 \sin i_0 + \bar{V}_{\infty 0z} \cos i_0 = 0. \tag{3.11}$$

Уравнение (3.11) следует рассматривать как уравнение относительно Ω_0, т.к. остальные величины, входящие в это уравнение, известны. Отбрасывая случай вырождения уравнения (3.11) [10], рассмотрим общий случай, когда $i_0 \neq 0$ и $\sqrt{V_{\infty 0x}^2 + V_{\infty 0y}^2} \neq 0$. Тогда из (3.11) можно получить уравнение:

$$\sin(\Omega_0 - \eta) = \frac{V_{\infty 0z}}{\sqrt{V_{\infty 0x}^2 + V_{\infty 0y}^2}} \operatorname{ctg} i_0, \tag{3.12}$$

где η – некоторая вспомогательная переменная, определяемая из соотношений:

$$\cos\eta = \frac{V_{\infty 0x}}{\sqrt{V_{\infty 0x}^2 + V_{\infty 0y}^2}}; \qquad \sin\eta = \frac{V_{\infty 0y}}{\sqrt{V_{\infty 0x}^2 + V_{\infty 0y}^2}}; \qquad \operatorname{tg}\eta = \frac{V_{\infty 0y}}{V_{\infty 0z}}. \tag{3.13}$$

Уравнение (3.12) имеет решение при ($\sin(\Omega_0 - \eta) \le 1$):

$$\frac{|V_{\infty 0z}|}{\sqrt{V_{\infty 0x}^2 + V_{\infty 0y}^2}} \le |\operatorname{tg} i_0|. \tag{3.14}$$

Если ограничение (3.14) выполняется, то получаем два решения уравнения (3.12):

$$\Omega_{0j} = \eta + (1-j)\pi + (-1)^j \arcsin \frac{V_{\infty 0z}\operatorname{ctg} i_0}{\sqrt{V_{\infty 0x}^2 + V_{\infty 0y}^2}} + \frac{\pi}{2}(1-\delta_1), \tag{3.15}$$

где $\eta = \delta_2 \arccos \frac{V_{\infty 0x}}{\sqrt{V_{\infty 0x}^2 + V_{\infty 0y}^2}}$; $\delta_1 = sign(\cos i_0)$; $\delta_2 = sign(V_{\infty 0y})$; $j = 1, 2$.

Полученные решения совпадают, если $\frac{V_{\infty 0z}}{\sqrt{V_{\infty 0x}^2 + V_{\infty 0y}^2}} = \operatorname{tg} i_0$.

Если ограничение (3.14) не удовлетворяется, то уравнение (3.12) решения не имеет. Это означает, что в рамках рассматриваемой схемы полета, когда во время старта с промежуточной орбиты ИСЗ разгонный блок КА не изменяет плоскость движения КА, реализовать его траекторию с полученным из анализа гелиоцентрического участка вектором скорости $\bar{V}_{\infty 0}$ невозможно. Нужно вернуться к расчету гелиоцентрического участка, изменив время перелета $t_{\text{п}}$ и дату старта $T_{\text{ст}}$ таким образом, чтобы уменьшить величину $\frac{|V_{\infty 0z}|}{\sqrt{V_{\infty 0x}^2 + V_{\infty 0y}^2}}$. После определения плоскости промежуточной орбиты ИСЗ (Ω_0, i_0) и совпадающей с ней плоскости геоцентрического движения КА найдем параметры геоцентрической орбиты и необходимые энергетические затраты. На рис. 3.5 показана схема геоцентрического участка траектории КА.

Скорость в начальной точке A рис. 3.5 (до включения двигателя разгонного блока) есть скорость в перигее и находится из соотношения (см.

параграф 2.4 [1]): $V_н = V_п = \sqrt{\frac{\mu}{p_0}}(1+e_0)$. Расстояние КА в этот момент времени от центра Земли есть перицентральное расстояние на промежуточной орбите ИСЗ $r_н = r_п = \frac{p_0}{1+e_0}$ (p_0, e_0 – параметр и эксцентриситет орбиты).

Из интеграла энергии получим значение скорости КА после того, как разгонный блок сообщил КА импульс скорости: $V_0^2 - \frac{2\mu}{r_н} = H = V_{\infty 0}^2$ ($\overline{V}_{\infty 0}$ – геоцентрическая скорость КА на границе сферы действия Земли).

Имеем: $V_0 = \sqrt{V_{\infty 0}^2 + \frac{2\mu}{r_н}}$. Так как по условию разгонный блок сообщает КА импульс скорости по направлению скорости в начальной точке промежуточной орбиты, то требуемое приращение скорости получаем с помощью соотношения:

$$\Delta V = V_0 - V_н = \sqrt{V_{\infty 0}^2 + \frac{2\mu}{r_н}} - \sqrt{\frac{\mu}{з_0}}(1+y_0). \qquad (3.16)$$

С точностью до гравитационных потерь это приращение скорости равно характеристической скорости разгонного блока:

$V_{хар} = \Delta V + \Delta V_{гр} \approx \Delta V$.

Параметры гиперболической траектории, по которой КА уходит на границу сферы действия Земли, найдем из условия, что перигей гиперболической траектории (см. параграф 2.5 [1]) совпадает с перигеем эллиптической траектории ИСЗ:

$$p = \frac{h^2}{\mu} = \frac{r_н^2 V_0^2}{\mu};\quad e = \sqrt{1 + \frac{Hh^2}{\mu^2}} = \sqrt{1 + \frac{V_{\infty 0}^2 p}{\mu}} > 1;$$

$$\left(H = V_{\infty 0}^2,\ h^2 = \mu p\right);\ a = \frac{r_н}{e-1}.$$

Время движения t_1 внутри грависферы Земли (при использовании метода грависфер конечной размерности), найдем по формуле (2.57) [1]:

$$t_1 = \frac{1}{n}(sh\ æ - æ),\ n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}},\ \ ch\ æ = \frac{1}{e}\left(\frac{r_{сф.р.З.}}{a} + 1\right).$$

Аргумент перигея ω гиперболической орбиты (он равен аргументу перигея орбиты ИСЗ) найдем по формуле (рис. 3.5):

$$\omega = \varphi_1 - \vartheta_\infty , \tag{3.17}$$

где φ_1 – угол между линией узлов и скоростью КА в момент выхода из грависферы Земли, $\vartheta_\infty = \vartheta\big|_{r=r_\infty=r_{\text{сф.д.З.}}}$ – угол между линией апсид и асимптотой гиперболы. По формуле (2.55) [1] находим:

$$\vartheta_\infty = \arccos\left(-\frac{1}{e}\right). \tag{3.18}$$

Для определения φ_1 (угол mEn рис. 3.5) используем соотношение:

$$\varphi_1 = sign(V_{\infty 0z})\arccos\frac{V_{\infty 0x}\cos\Omega_0 + V_{\infty 0y}\sin\Omega_0}{V_{\infty 0}} . \tag{9.19}$$

Так как в общем случае мы получили два решения для долготы восходящего узла Ω (3.15) ($\Omega \equiv \Omega_0$), то получим соответствующие два решения для угла φ_1 и аргумента перигея ω.

Отметим, что найденные нами значения Ω и ω позволяют реализовать схему плоского разгона из перигея промежуточной орбиты ИСЗ. Найденные решения нужно обеспечивать за счет выбора промежуточной орбиты ИСЗ. Уже отмечалось, что за счет выбора момента старта ракеты-носителя можно получить любое требуемое значение долготы восходящего узла Ω. Определенное значение аргумента перицентра ω можно получить за счет подбора величины и направления вектора скорости ракеты-носителя в момент конца активного участка (в момент выведения на орбиту ИСЗ). Эта операция, в общем случае, требует дополнительных энергетических затрат ракеты-носителя. Не останавливаясь подробно на этом вопросе, отметим, что проблема пропадает, если используется круговая промежуточная орбита ИСЗ ($e_0 = 0$) [17].

Координаты КА в момент старта с промежуточной орбиты в СК $Oxyz$ находим с помощью тригонометрических соотношений, следующих из рис. 3.4. На этом рисунке $\angle EOA = \omega,\ \angle xOA = \Omega_0,\ \angle AEB = i_0,\ \angle AOB = \delta = \varphi'$ (склонение или гелиоцентрическая широта), $\angle xOB = \alpha$ (прямое восхождение).

Из прямоугольного сферического треугольника *EAB* легко получить: (рис. 3.4)

$$\delta = \arcsin(\sin\omega_0 \sin i_0), \tag{3.20}$$

$$\alpha = \Omega_0 + \arcsin\frac{\sin\omega_0\cos i_0}{\sqrt{1-\sin^2\omega_0\sin^2 i_0}}, \qquad \text{при } \begin{cases} 0 \le \omega \le \dfrac{\pi}{2}; \\ \dfrac{3}{2}\pi \le \omega < 2\pi; \end{cases}$$

$$\text{и } \alpha = \Omega_0 + \left[\pi - \arcsin\frac{\sin\omega_0\cos i_0}{\sqrt{1-\sin^2\omega_0\sin^2 i_0}}\right], \qquad \text{при } \frac{\pi}{2} < \omega < \frac{3}{2}\pi. \tag{3.21}$$

Полученное значение угла α может не попасть в нормативный диапазон $0 \le \alpha < 2\pi$. Вычитая или прибавляя к полученному значению 2π, получаем значение этого угла в указанном выше диапазоне. Далее легко находим декартовы координаты точки A в системе $Oxyz$:

$$x_A = r_0\cos\delta\cos\alpha;\ y_A = r_0\cos\delta\sin\alpha;\ z_A = r_0\sin\delta. \tag{3.22}$$

Положение радиус-вектора КА после старта с промежуточной орбиты в любой момент времени определяется аргументом широты $u = \omega_0 + \vartheta$. Поэтому, здесь подходят те же формулы (3.20) и (3.21), в которые вместо ω_0 нужно подставить аргумент широты «u». Координаты КА в любой момент времени в СК $Oxyz$ будут определяться формулами (3.22), в которые вместо «r_0» нужно подставить значение «r» для данного момента времени.

Положение радиус-вектора КА в момент его попадания ни границу грависферы Земли найдем, используя уравнение геоцентрической траектории КА в виде (2.24) [1]: $r = \dfrac{p}{1+e\cos\vartheta}$, причем $r = r_{\text{сф.д.}}$, $\vartheta = \vartheta_{\text{гр}}$. Получаем: $\vartheta_{\text{гр}} = \arccos\left(\dfrac{p}{r_{\text{сф.д.}}} - 1\right)\dfrac{1}{e}$, $0 \le \vartheta_{\text{гр}} < \pi$. Аргумент широты КА в момент попадания на границу грависферы равен: $u_{\text{гр}} = \omega_0 + \vartheta_{\text{гр}}$.

Подставляя $u_{\text{гр}}$ вместо ω_0 в формулы (3.20), (3.21), находим склонение $\delta_{\text{к}}$ и прямое восхождение $\alpha_{\text{к}}$ КА в момент его попадания на границу грависферы. По значениям $\delta_{\text{к}}$, $\alpha_{\text{к}}$, используя формулы (3.22) при $r_0 = r_{\text{сф.д.}}$ находим декартовы координаты этой точки траектории.

Качественная картина движения КА внутри грависферы Земли

На рис. 3.6, *а* схематично показана геоцентрическая траектория КА от момента старта до выхода из грависферы Земли. Одновременно на рис. 3.6, *б* показана гелиоцентрическая траектория КА. Пока КА движется до границы грависферы Земли, последняя перемещается из точки $З_0$ в точку $З_1$. В случае, изображенном на верхнем рис. 3.6, *б*, КА обгоняет Землю, вследствие чего выходит из грависферы Земли в ее передней, фронтальной части. На нижнем рис. 9.6, *б* изображен случай, когда начальная геоцентрическая скорость сообщается примерно в противоположном направлении. Теперь КА в своем гелиоцентрическом движении отстает от Земли и выходит из ее грависферы в ее «тыльной» части.

Существует бесчисленное количество гиперболических траекторий и одна прямолинейная (вертикальная), двигаясь по которым КА пересечет сферу действия Земли с заданной $\bar{V}_{\infty 0}$. Если опорная орбита ИСЗ окружность ($r_{н} = r_{окр}$), то для выхода на каждую из этих траекторий требуется одна и та же величина скорости V_0. Самой выгодной с точки зрения энергетики является траектория с пологим начальным участком. Между тем, использование пологой траектории оказывается иногда невозможным вследствие невыгодного географического положения космодрома.

Например, при старте из точки K_1 (рис. 3.7) приходится пользоваться крутой траекторией *1*'. В этом случае выгоднее вывести КА на орбиту ИСЗ. Когда КА достигнет точки A_2, дополнительный импульс выведет его на траекторию *2*' – гиперболу с перигеем в точке A_2. Таким образом, один крутой разгон заменяется двумя пологими в точках A_1 и A_2. При старте из точек, не лежащих в плоскости рисунка можно использовать круговые промежуточные орбиты ИСЗ, не лежащие в этой плоскости. Плоскость каждой из этих орбит должна проходить через вертикаль *4* (рис. 3.7). Тогда, мы получим континиум гиперболических траекторий. Все эти траектории лежат на поверхности вращения, ось которой совпадает с самой невыгодной траекторией 4'. Вблизи границы сферы действия, где гиперболы все более распрямляются, эта поверхность является почти цилиндрической. На границе грависферы, поверхность гиперболических траекторий вырезает окружность, в любой точке которой КА может покинуть сферу действия с одной и той же по величине и направлению скоростью $\bar{V}_{\infty 0}$. Дальнейшее движение вне сферы действия будет происходить по одинаковым траекториям. На другом конце поверхности находится окружность орбитальных стартов, в любой из точек которой КА может стартовать с орбиты ИСЗ и направляться к границе грависферы. Размер окружности орбитальных стартов зависит только от величины скорости $\bar{V}_{\infty 0}$ и высоты промежуточной орбиты. Чем больше $\bar{V}_{\infty 0}$, тем больше этот размер. Он может быть охарактеризован углом раствора конуса с вершиной в центре Земли, опирающегося на окружность орбитальных стартов (угол 2β на рис. 3.7) [9]:

$$\cos\beta = \frac{1}{1+\left(V_{\infty 0}/V_{\text{кр}}\right)^2}, \tag{3.23}$$

где $V_{\text{кр}} = V_{\text{н}} = \sqrt{\dfrac{\mu}{r_0}}$ скорость КА на круговой промежуточной орбите.

На поверхности Земли концентрично располагаются окружности орбитальных стартов и окружность наземных стартов ($K_2 K_3$ на рис. 3.7), с точек которой можно вывести КА на пологую траекторию *2*' или *3*' непосредственно, без вывода на промежуточную орбиту ИСЗ.

3.5 Движение КА в грависфере планеты-назначения

Движение КА в грависфере планеты-назначения зависит от характера транспортной задачи, поставленной перед КА:

1. задача пролета вблизи планеты;
2. задача выведения спутника планеты;
3. задача прямого попадания на планету;
4. комбинированные задачи, когда одна часть КА входит в атмосферу планеты с целью посадки на планету, а другая за счет импульса скорости выводится на пролетную траекторию или на траекторию искусственного спутника планеты (ИСП).

Не останавливаясь на анализе всех этих задач рассмотрим общий подход к анализу движения КА в грависфере планеты назначения. Будем считать, что из расчета гелиоцентрического участка траектории нам известен вектор $\overline{V}_{\infty к}$ – планетоцентрической скорости КА в момент входа в грависферу планеты назначения: $\overline{V}_{\infty к} = \overline{V}_{кс} - \overline{V}_{пл}$ (см. (3.2)). Вектор $\overline{V}_{\infty к}$ получен в эклиптической СК. Для решения многих задач требуется перевести его в экваториальную СК планеты назначения. Такой переход не описывается простой зависимостью, аналогичной (3.8), использующейся для связи эклиптической и экваториальной геоцентрической СК, т.к. плоскость орбиты планеты назначения не совпадает с плоскостью эклиптики. Так, плоскость орбиты Марса составляет с плоскостью эклиптики угол 1°51', а Венеры – 3°24' [8, 16]. Положение плоскости экватора планеты задается по отношению к плоскости ее орбиты. Принципиально задача решается, но следует заметить, что если ограничений на положение перицентральной точки планетоцентрической траектории не наложено, то можно не переводить вектор $\overline{V}_{\infty к}$ в экваториальную планетоцентрическую СК. Заметим, что входная планетоцентрическая скорость $\overline{V}_{\infty к}$ всегда оказывается больше параболической скорости, соответствующей полю тяготения планеты на границе ее грависферы. Так, для Марса и Венеры $V_{\infty к} \approx 3V_{пар.пл} = 3\sqrt{\dfrac{2\mu_{пл}}{r_{сф.д.пл.}}}$.

Поэтому планетоцентрическая траектория внутри сферы действия планеты-цели всегда является гиперболой. Чтобы превратить КА в ИСП необходимо в какой-то точке его планетоцентрической траектории уменьшить его скорость с гиперболической величины до эллиптической.

Рассмотрим задачу выведения ИСП. Будем считать, что величины и форма орбиты ИСП заданы в виде значений фокального параметра $p_к$ и эксцентриситета $e_к$ и нет ограничений на положение орбиты в пространстве. С точки зрения энергетических затрат планетоцентрическую траекторию выбираем так, чтобы перицентральное расстояние на гиперболе было равно перицентральному расстоянию орбиты ИСП: $r_п = p_к / (1 + e_к)$. В тот момент, когда

КА, двигаясь по гиперболической траектории, попадает в ее перицентр, за счет тормозного импульса скорости скорость КА уменьшается до эллиптической на конечной орбите ИСП (рис. 3.8).

Скорость КА в перицентре гиперболы найдем с помощью интеграла энергии ($r_{\text{сф.д.пл.}} >> r_{\text{п}}$):

$$V_{\text{пг}} = \sqrt{\frac{2\mu_{\text{пл}}}{r_{\text{п}}} + V_{\infty\text{к}}^2} = \sqrt{\frac{2\mu_{\text{пл}}}{p_{\text{к}}}\left(1+e_{\text{к}}\right) + V_{\infty\text{к}}^2}, \ \bar{V}_{\text{пг}} \perp \bar{r}_{\text{п}}.$$

Скорость КА на орбите ИСП в перигее этой орбиты определяется формулой (см. параграф 2 [1]):

$$V_{\text{пг исп}} = \sqrt{\frac{\mu_{\text{пл}}}{p_{\text{к}}}}\left(1+e_{\text{к}}\right), \ \ \bar{V}_{\text{пг исп}} \perp \bar{r}_{\text{п}}.$$

Минимальный импульс скорости, потребный для перехода с гиперболической пролетной траектории на эллиптическую орбиту ИСП, найдется как арифметическая разность скоростей $\bar{V}_{\text{пг}}$ и $\bar{V}_{\text{пг исп}}$:

$$\Delta V = V_{\text{пг}} - V_{\text{пг исп}} = \sqrt{\frac{2\mu_{\text{пл}}}{p_{\text{к}}}\left(1+e_{\text{к}}\right) + V_{\infty\text{к}}^2} - \sqrt{\frac{\mu_{\text{пл}}}{p_{\text{к}}}}\left(1+e_{\text{к}}\right). \tag{3.24}$$

Этот импульс направлен против скорости $\bar{V}_{\text{пг}}$. Плоскость орбиты ИСП будет при этом совпадать с плоскостью гиперболической планетоцентрической траектории. Если рассматривать переход на круговую орбиту ИСП, то из (3.24) получим при $p_{\text{к}} = r, e_{\text{к}} = 0$:

$$\Delta V = \sqrt{\frac{2\mu_{\text{пл}}}{r} + V_{\infty\text{к}}^2} - \sqrt{\frac{\mu_{\text{пл}}}{r}}, \tag{3.25}$$

где r – радиус круговой орбиты ИСП.

Найдем радиус оптимальной круговой орбиты ИСП в случае одноимпульсного перехода на нее с подлетной гиперболы:

Имеем: $\left.\dfrac{d\Delta V}{dr}\right|_{r=r_{\text{опт}}} = 0$, откуда

$$r_{\text{опт}} = \frac{2\mu_{\text{пл}}}{V_{\infty\text{к}}^2} = R_{\text{пл}}\left(\frac{V_{\text{осв}}^*}{V_{\infty\text{к}}}\right)^2, \tag{3.26}$$

где $R_{\text{пл}}$ – радиус планеты, $V^*_{\text{осв}}$ – скорость освобождения на поверхности планеты $\left(V^*_{\text{осв}} = \sqrt{\dfrac{2\mu_{\text{пл}}}{r_{\text{пл}}}} \right)$.

Из (3.26) видно, что если $V_{\infty\text{к}} > V^*_{\text{осв}}$, то $r_{\text{опт}} < R_{\text{пл}}$ и, следовательно, в этом случае оптимальная круговая орбита ИСП не может быть реализована. Используя (3.25) получаем для оптимальной круговой орбиты:

$$\Delta V_{\text{опт}} = \Delta V\big|_{r=r_{\text{опт}}} = \frac{1}{2} V_{\text{пг}}\big|_{r=r_{\text{опт}}} = V_{\text{кр}}\big|_{r=r_{\text{опт}}} = 0{,}707 V_{\infty\text{к}}. \qquad (3.27)$$

Понятие оптимальной орбиты имеет смысл и в случае двухимпульсных маневров перехода с гиперболической траектории на круговую. Возможны различные случаи, когда оказывается необходимым или выгодным использовать двухимпульсный переход [2, 10].

Случай 1.

Пусть задана круговая орбита ИСП некоторого радиуса «r», на которую надо перевести КА, но линия входа в сферу действия произвольна. Если $r = r_{\text{опт}}$, т.е. орбита является оптимальной, то с помощью одноимпульсного маневра можно перейти на нее, затратив, как было показано выше, тормозной импульс $\Delta V = 0{,}707 V_{\infty\text{к}}$. Если заданная орбита расположена выше оптимальной, т.е, если $V_{\text{кр}} = \sqrt{\dfrac{\mu_{\text{пл}}}{r}} < 0{,}707 V_{\infty\text{к}}$, то выгодно совершить двухимпульсный переход (рис. 3.9). Нужно так выбрать вход в сферу действия планеты, чтобы гиперболическая траектория 1 пересекла заданную круговую орбиту 3. В перицентре гиперболы т. A с помощью тормозного импульса ΔV_A, КА переводится на эллиптическую орбиту 2 с апоцентром “B”, лежащим на круговой орбите 3. В точке “B” сообщается разгонный импульс ΔV_B, доводящий скорость КА до местной круговой. Сумма импульсов $\Delta V_A + \Delta V_B = \Delta V_\Sigma$ будет меньше одного тормозного импульса, который мог бы быть использован, если бы подход был совершен по траектории 4, касающейся заданной круговой орбиты 3. Если заданная орбита расположена ниже оптимальной (при этом $V_{\text{кр}} > 0{,}707 V_{\infty\text{к}}$), то в принципе можно воспользоваться двухимпульсным переходом, но он даст не выигрыш, а лишь энергетический проигрыш по сравнению с одноимпульсным переходом.

Случай II.

Допустим, что заданы круговая орбита и линия входа в грависферу планеты, т.е. мы уже лишены возможности выбора перицентра гиперболы. Так может случиться, если перед входом в грависферу не была своевременна проведена коррекция орбиты. Если случайно окажется, что гипербола касается круговой орбиты, то можно воспользоваться одноимпульсным переходом в точке касания. Если гипербола пересекает круговую орбиту, то пригоден двухимпульсный переход, показанный на рис. 3.9, но теперь уже не приходится выбирать перицентр гиперболы поближе к планете, т.к. гипербола задана заранее. Если же перицентр т. A гиперболы 1 (рис. 3.10) расположен выше круговой орбиты, то следует в нем дать тормозной импульс ΔV_A, настолько большой, что перицентр гиперболы станет апоцентром эллипса перехода 2. Перицентр эллипса 2 должен лежать на заданной круговой орбите 3 в точке B, где КА сообщается тормозной импульс $\Delta\overline{V}_B$, который переводит КА на круговую орбиту 3.

Можно, конечно, перейти с гиперболы 1 на орбиту 3, воспользовавшись другими орбитами перехода, не касающимися, а пересекающими гиперболу 1 или орбиту 3, но при этом потребуется больший расход топлива. Выгоднее сообщать импульсы скорости в точках апсид гиперболы и эллипса перехода.

Случай III.

Задана гипербола подхода, но не указано, на какую орбиту надо перейти. На рис. 3.11 показаны наилучшие способы переходов на круговые орбиты, одна из которых 2 пересекает гиперболу 1, а другая $2'$ не пересекает. Чем выше круговая орбита 2, тем легче переход на нее (т.е. слабее тормозной импульс $\Delta\overline{V}_A$ и разгонный $\Delta\overline{V}_B$).

Случай IV.

Пусть не задана ни линия входа в сферу действия планеты, ни круговая орбита, на которую нужно вывести КА. Тогда гиперболу подлета нужно расположить как можно ближе к планете, сообщить в перицентре гиперболы тормозной импульс и вывести, тем самым, КА на эллипс перехода, в апоцентре которого сообщить разгонный импульс (рис. 3.9). Чем выше круговая орбита, тем меньше энергетические затраты.

Помимо описанных двухимпульсных переходов, возможны более сложные: трех- и более импульсные, могущие дать дополнительную выгоду в энергетике перехода. Доказано, что оптимальные переходы требуют обязательного приложения импульсов в точках линии апсид.

3.6 Оптимизация схемы межпланетных перелетов. Окна запуска

Если не учитывать маневры КА в окрестности планеты назначения, то главным критерием оценки и выбора траектории межпланетного перелета КА является величина характеристической скорости разгонного блока, который обеспечивает старт с промежуточной орбиты ИСЗ и движение к планете назначения. Минимизация характеристической скорости разгонного блока соответствует максимизации массы полезного груза КА при фиксированной начальной его массе. Под начальной массой подразумевается масса, которую ракета-носитель вывела на промежуточную орбиту ИСЗ. Характеристическая скорость разгонного блока отличается от приращения скорости за счет его работы на величину потерь: $V_{\text{хар}} = \Delta V + \sum_i \Delta V_i$. Здесь ΔV_i – потери в скорости (гравитационные и на управление). Потери в скорости на управление появляются тогда, когда вектор тяги двигателя направлен не по вектору скорости КА.

Для того, чтобы эти потери были достаточно малы, необходимо, чтобы траекторный угол θ_V в процессе работы разгонного блока был небольшим. Для этого достаточно, чтобы старт с промежуточной орбиты ИСЗ производился из перицентра орбиты, и активный участок был не очень продолжителен. При старте с круговой орбиты, или почти круговой, начальное значение траекторного угла всегда небольшое.

Что касается условия, чтобы активный участок полета был не очень продолжителен, то используемые в настоящее время тяговооруженности разгонного блока этому условию удовлетворяют. В случае небольшого траекторного угла будут также малы и гравитационные потери $\Delta V_{\text{гр}} = \int_0^{t_a} g \sin\theta_V \, dt$. В случае круговой промежуточной орбиты эти потери будут нулевыми. Для этого необходимо, чтобы КА в процессе набора скорости продолжал двигаться по круговой орбите. На траектории разгона скорость в текущей точке траектории будет больше круговой. При этом, для того, чтобы «удержать» КА на круговой орбите (не дать ему постепенно удаляться от Земли), придется вектор тяги направить внутрь орбиты ИСЗ, обеспечивая определенный отрицательный угол атаки, который выбирается таким, чтобы радиальное ускорение КА $\ddot{r}$ оказалось нулевым. На практике описанная схема не используется, т.к. она приводит к большим потерям на управление. При разгоне КА с орбиты ИСЗ обычно используются линейные законы управления углом тангажа $\vartheta = \vartheta_0 + \dot{\vartheta} t$ [10]. Гравитационные потери в скорости при использовании этих законов ненулевые. При больших протяженностях активных участков они достигают десятков метров в секунду и более (величина, соизмеряемая с импульсами коррекции межпланетной траектории КА). Эти потери необходимо учитывать при выборе тяговооруженности разгонного блока.

Для анализа траектории межпланетного перелета целесообразно выбирать такую схему перелета, которая требует минимальный импульс скорости ΔV при сходе с промежуточной орбиты ИСЗ. В этом случае и характеристическая скорость $V_{\text{хар}}$ будет минимальной.

Требуемое приращение скорости при старте из перицентра промежуточной орбиты ИСЗ с элементами p_0, e_0 определяется формулой (3.16): (при $r_{\text{н}} = \dfrac{p_0}{1+e_0}$)

$$\Delta V = \sqrt{\frac{2\mu}{p_0}(1+e_0) + V_{\infty 0}^2} - \sqrt{\frac{\mu}{p_0}}(1+e_0).$$

Из последнего равенства видно, что минимальное значение приращения скорости ΔV соответствует минимальному значению скорости $V_{\infty 0}$ (геоцентрической скорости КА в момент выхода из сферы действия Земли). Последняя определяется формулой (3.1) $\bar{V}_{\infty 0} = \bar{V}_{\text{ос}} - \bar{V}_{З}$ и зависит от времени старта $T_{\text{ст}}$ и времени полета $t_{\text{п}}$ к планете-цели.

Таким образом, можем записать:

$$V_{\infty 0} = V_{\infty 0}\left(T_{\text{ст}}, t_{\text{п}}\right). \tag{3.28}$$

Алгоритм нахождения по значениям $T_{\text{ст}}$ и $t_{\text{п}}$ величины $V_{\infty 0}$ описан в параграфе 3.1. Наиболее просто эта задача решается в случае принятия гипотезы компланарности векторов $\bar{V}_{\text{ос}}$ и $\bar{V}_{З}$, и перехода по эллипсу Хомана. В этом случае $V_{\infty 0} = V_{\text{ос}} - V_{З}$, причем $\bar{V}_{\text{ос}}$ определяется формулой (2.39) [1]: $\bar{V}_{\text{ос}} = \dfrac{\sqrt{\mu_{\text{с}} p}}{r_1 r_2 \sin\Phi}\left\{\bar{r}_2 - \left[1 - \dfrac{r_2}{p}(1-\cos\Phi)\right]\bar{r}_1\right\}$ или $V_{\text{ос}} = \sqrt{\mu_{\text{с}}\left(\dfrac{2}{r_1} - \dfrac{1}{a}\right)}$ (a – полуось переходной орбиты). В этой формуле $r_1 = |\bar{r}_1|, r_2 = |\bar{r}_2|, \Phi, p$ известны.

Модуль вектора $\bar{V}_{\text{ос}}$ определяется следующим образом:

$$V_{\text{ос}} = \sqrt{\left(\bar{V}_{\text{ос}} \cdot \bar{V}_{\text{ос}}\right)} = \frac{\sqrt{\mu_{\text{с}} p}}{r_1 r_2 \sin\Phi}\sqrt{r_2^2 + \left[r_1 - \frac{r_1 r_2}{p}(1-\cos\Phi)\right]^2 - 2 r_1 r_2\left[1 - \frac{r_2}{p}(1-\cos\Phi)\right]\cos\Phi}. \tag{3.29}$$

В общем случае

$$V_{\infty 0} = \sqrt{\left(\bar{V}_{\text{ос}} - \bar{V}_{З}\right)\cdot\left(\bar{V}_{\text{ос}} - \bar{V}_{З}\right)} = \sqrt{V_{\text{ос}}^2 + V_{З}^2 - 2 V_{\text{ос}} V_{З} \cos\left(\bar{V}_{\text{ос}} \,\hat{}\, \bar{V}_{З}\right)}. \tag{3.30}$$

Положение орбиты гелиоцентрического участка перелета по отношению к плоскости эклиптики определяется выражением (рис. 3.1)

$$i_{\text{ор}} = \arccos\left[\left(\frac{\bar{r}_1 \times \bar{r}_2}{r_1 r_2 \sin\Phi}\right)\cdot \bar{e}_{\text{э}}\right],$$

где $\bar{e}_{\text{э}}$ – орт, нормальный к плоскости эклиптики, а $\bar{e}_{\text{пер}} = \dfrac{\bar{r}_1 \times \bar{r}_2}{r_1 r_2 \sin\Phi}$ – орт, нормальный к плоскости орбиты перехода.

Зависимость (3.28) исследуется численно. Результаты численных расчетов анализируются чаще всего с помощью изолиний гиперболических избытков скорости $V_{\infty 0}$ на плоскости $T_{\text{ст}}, t_{\text{п}}$. В работе [17] представлены картины изолиний $V_{\infty 0} = \text{const}$ для прямых полетов к Венере и Марсу. Числа у изолиний означают величину гиперболического избытка скорости (км/с), соответствующую точкам изолиний. На этих графиках изолинии образуют семейства для тех же $V_{\infty 0}$, отстоящие друг от друга по оси абсцисс ($T_{\text{ст}}$), причем структура семейств повторяется. Последнее связано с тем, что положение планет в пространстве периодически повторяется.

Относительная конфигурация взаимного расположения двух планет повторяется через интервал времени, который называется их синодическим периодом. Синодический период планеты 1 относительно планеты 2 (или наоборот)

$$T_{\text{с}} = \left| \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} \right|, \tag{3.31}$$

где T_1 и T_2 – сидерические (звездные) периоды обращения планет – интервалы времени, через которые повторяются положения этих планет относительно неподвижных звезд.

Периодом великих противостояний $T_{\text{вп}}$ двух планет называется период повторения абсолютной конфигурации их взаимного расположения. Приближенно этот период определяется как общее наименьшее кратное сидерических периодов двух планет и их синодического периода. Самый большой из синодических периодов всех планет у Марса: 2,14 года, а $T_{\text{вп}} \approx 17$ лет. Если бы орбиты планет были круговыми, и плоскость орбиты планеты назначения совпадала с плоскостью эклиптики, то через синодический период абсолютно точно повторялось бы относительное положение планеты назначения и Земли. При этом семейство изолиний на плоскости $T_{\text{ст}}, t_{\text{п}}$ строго повторялось бы через синодический период. Из-за эллиптичности и пространственности орбит, семейства изолиний неточно повторяют друг друга через синодический период. При этом все же общий характер семейства сохраняется. Второе обстоятельство, которое следует из анализа расположения изолиний $V_{\infty 0} = \text{const}$ на плоскости $T_{\text{ст}}, t_{\text{п}}$ это то, что линия уровня одного значения $V_{\infty 0}$ из семейства, соответствующего одному синодическому периоду, имеет ветви (состоит из двух кривых). Эти ветви разделены областью с очень частым расположением изолиний, которая называется энергетическим хребтом. Физическая сущность этого хребта поясняется на рис. 3.12, где нанесена качественная зависимость $V_{\infty 0}(t_{\text{п}})$ при фиксированной дате старта $T_{\text{ст}}$. По оси абсцисс на этом графике нанесена угловая дальность $\Phi°$, соответствующая времени $t_{\text{п}}$. При $\Phi \to 180°$ и $\Phi \to 360°$ скорость $V_{\infty 0}$ резко возрастает. Кривая $V_{\infty 0}(t_{\text{п}})$ в районе времени перелета, соответствующего угловой дальности, близкой к $180°$, очень крутая. Именно эта крутизна и образует «энергетический хребет» между двумя типами перелета. Первый тип траектории перелета соответствует угловой дальности перелета, меньшей $180°$, и называется траекториями первого полувитка. Второй тип траектории перелета соответствует угловой дальности, большей $180°$, и называется траекториями второго полувитка. Каждый из типов траекторий имеет свой локальный минимум, определяющий оптимальное время перелета $t_{\text{п опт}}$ для данной эпохи (времени $T_{\text{ст}}$). Резкий рост $V_{\infty 0}$ при угловой дальности *Ф* близкой к нулю и $360°$ объясняется тем, что в этих случаях реализуются траектории КА, близкие к прямолинейным или, по крайней мере, такие, начальная гелиоцентрическая скорость $\bar{V}_{\text{ос}}$ на которых имеет значительную радиальную составляющую. Это приводит к большим значениям требующихся величин $V_{\infty 0}$.

При углах *Ф*, близких к $180°$ получаем гелиоцентрическую траекторию, плоскость которой имеет большой наклон $i_{\text{ор}}$ (рис. 3.1) к плоскости эклиптики. На такой пространственный разворот плоскости перелета потребуются большие энергетические затраты, т.е. большая скорость $V_{\infty 0}$.

Таким образом, анализируя диаграммы гиперболических избытков скорости, можно выбрать целесообразные даты стартов и время полета КА к планетам назначения, с точки зрения минимальной характеристической скорости разгонного блока межпланетного КА.

С помощью аналогичной диаграммы легко анализировать планетоцентрическую скорость КА при входе его в гравсферу планеты назначения: $\bar{V}_{\infty к} = \bar{V}_{кс} - \bar{V}_{пл}$ (см. (3.2)). Анализ этой скорости интересен для исследования энергетических затрат активных маневров в окрестности планеты назначения, если они предусмотрены схемой полета. Изолинии скоростей $\bar{V}_{\infty к}$ обычно наносятся на ту же плоскость $T_{ст}, t_{п}$, что и изолинии скорости $\bar{V}_{\infty 0}$ [17]. При этом с помощью диаграммы можно не только определять $\bar{V}_{\infty к}$ но и выбирать $T_{ст}, t_{п}$ из условия удовлетворения определенных ограничений на $\bar{V}_{\infty к}$. В частности, во многих случаях требуется, чтобы сближение с планетой назначения происходило с освещенной стороны. В некоторых случаях на плоскости $T_{ст}, t_{п}$ строится семейство изолиний кинематических и динамических характеристик, которые определяются после анализа геоцентрического участка траектории КА. Как примеры таких характеристик можно назвать: требующееся приращение скорости ΔV, сообщаемое КА разгонным блоком, склонение "δ" точки старта с промежуточной орбиты ИСЗ, склонение точки выхода из грависферы Земли и т.д. Отметим, что анализ склонения должен учитываться, например, при рассмотрении условий радиовидимости КА с наземных пунктов в критические моменты его полета.

Окна запуска

Мы уже отмечали, что целесообразные даты старта повторяются через синодический период. Они соответствуют, например, минимальным энергетическим затратам разгонного блока $V_{xap\min}$. Если мы создадим разгонный блок с такой характеристической скоростью, то этот блок обеспечит перелет к планете назначения только в том случае, если точно будут выдержаны даты старта и другие параметры, характеризующие схему полета. Если в этот момент времени КА запустить не удалось, то придется ждать следующей хорошей даты запуска (для Марса нужно будет ждать 2,14 г.). Чтобы избежать такой ситуации нужно обеспечить определенный запас $V_{xap\min}$.

Этот энергетический запас позволяет отойти от даты старта, соответствующей минимальным энергетическим затратам. Допустимый диапазон дат старта называется окном запуска. "Ширина" окна запуска зависит от планеты назначения и от энергетического запаса разгонного блока. Для определения ширины окна запуска используем картину изолиний потребного приращения ΔV в плоскости $T_{\text{ст}}, t_{\text{п}}$. Если пренебречь потерями, то можно считать, что $\Delta V = V_{xap}$, причем V_{xap} задана с определенным запасом относительно $V_{xap\min}$. Далее находим для рассматриваемой даты старта $T_{\text{ст}}$ изолинию, соответствующую ΔV. Если такой нет, т.е. $\Delta V_{\min} > \Delta V$, то полет к планете с располагаемой энергетикой невозможен. Пусть изолиния ΔV=const существует и состоит из двух ветвей, отвечающих траекториям первого и второго полувитков траектории перелета (рис. 3.13.). Допустимый диапазон старта по первому полувитку обозначается $\left[T^{(1)}_{\text{ст}\min}, T^{(1)}_{\text{ст}\max}\right]$, а по второму – $\left[T^{(2)}_{\text{ст}\min}, T^{(2)}_{\text{ст}\max}\right]$ [10]. Это значит, что для любой даты старта, лежащей внутри указанных диапазонов, можно подобрать время полета $t_{\text{п}}$ такое, что энергетические затраты полета будут меньше, чем располагаемые ΔV. Действительно, каждая точка ($T_{\text{ст}}, t_{\text{п}}$), лежащая внутри изолиний, представляющих собой замкнутые кривые, соответствует энергетическим затратам, меньшим ΔV. На рис. 3.13 допустимые даты старта находятся в диапазоне $\left[T^{(2)}_{\text{ст}\min}, T^{(2)}_{\text{ст}\max}\right]$. Этот диапазон и может быть рассмотрен как окно запуска КА к планете назначения.

В том случае, когда учитываются дополнительные ограничения (например, требование, чтобы сближение с планетой назначения происходило с освещенной стороны) приходится из полученного допустимого по энергетическим затратам диапазона дат старта, исключать те даты, при которых ограничения не удовлетворяются.

3.7 Сущность гравитационного эффекта и его использование в межпланетных перелетах

Для уменьшения потребных энергетических затрат на перелет к планете назначения в ряде случаев оказывается целесообразным на участке гелиоцентрического движения КА войти грависферу "промежуточной" планеты и за счет энергии этой планеты изменить величину и направление гелиоцентрической скорости КА. В результате гелиоцентрический участок траектории КА, после облета промежуточной планеты становится другим, чем до облета.

Обозначим: $\overline{V}_{C1}, \overline{V}_{C2}$ – векторы гелиоцентрических скоростей КА до и после облета промежуточной планеты; $\overline{V}_{\infty 1}, \overline{V}_{\infty 2}$ – векторы планетоцентрических скоростей (гиперболических избытков скоростей) до и после облета промежуточной планеты, $\overline{V}_{\text{пл}}$ – гелиоцентрическая скорость промежуточной планеты.

Тогда можно записать следующие соотношения:

$$\overline{V}_{C1} = \overline{V}_{\text{пл}} + \overline{V}_{\infty 1}, \qquad \overline{V}_{C2} = \overline{V}_{\text{пл}} + \overline{V}_{\infty 2}. \tag{3.32}$$

Будем считать, что во время движения КА в грависфере планеты скорость $\overline{V}_{\text{пл}}$ не изменяется. Планетоцентрическая скорость $\overline{V}_{\infty 1}$ по величине будет равна планетоцентрической скорости $\overline{V}_{\infty 2}$, но отличаться по направлению. Поэтому, гелиоцентрическая скорость КА в момент выхода из грависферы планеты $\overline{V}_{C2}$, будет отличаться от гелиоцентрической скорости входа в грависферу планеты $\overline{V}_{C1}$. Таким образом, встречая на своем пути промежуточную планету, за счет гравитационного маневра, КА как бы получает импульс скорости. На рис. 3.14 дана кинематическая трактовка изменения гелиоцентрической скорости КА при облете планеты. В точках 1 показаны треугольники скоростей при входе в грависферу планеты облета, а в точках 2 − на выходе из нее. Из треугольников можно определить векторы гиперболических избытков скорости КА на входе и выходе их грависферы. Если вектор гиперболического избытка скорости разложить на две составляющие: параллельную вектору скорости планеты и перпендикулярную ему, то можно определить, увеличилась или нет гелиоцентрическая скорость КА в результате облета. Если направления параллельной составляющей и скорости планеты совпадают, то гелиоцентрическая скорость КА увеличивается, если нет − она уменьшается. В первом случае (см. рис. 3.14, *а*) кинетическая энергия КА в гелиоцентрической системе координат увеличивается, во втором (см. рис. 3.14, *б*) − уменьшается. Причем закон сохранения энергии здесь не нарушается, т.к. энергия планеты при облете ее КА также естественно изменяется, но изменяется, вследствие того, что $m_{\text{пл}} >> m_{\text{КА}}$ бесконечно мало.

В этом проявляется один из признаков допущения о КА как о теле нулевой массы. Если при облете планеты с целью улучшения ряда баллистических характеристик траектории КА (уменьшения скорости входа в атмосферу планеты назначения, сокращения общего времени полета, увеличения окон запуска с Земли и т.п.) в выбранной точке гиперболической планетоцентрической траектории КА дается определенный дополнительный энергетический импульс, принято говорить, что применяется пертурбационный эффект с импульсной коррекцией или активный пертурбационный эффект. В случае если двигательная установка КА при облете не включается, то принято говорить, что КА облетает планету по баллистической траектории − используется пассивный пертурбационный эффект.

В качестве критерия оценки пертурбационного эффекта используем изменение гелиоцентрической скорости в результате облета:

$$\Delta V = \left|\overline{V}_{C2} - \overline{V}_{C1}\right|. \tag{3.33}$$

Гелиоцентрическая скорость подлета к грависфере промежуточной планеты $\overline{V}_{C1}$ определяется гелиоцентрическим участком траектории КА: Земля − промежуточная планета. Этот участок может рассчитываться так же, как и гелиоцентрический участок траектории Земля − планета назначения, рассмотренный в параграфе 3.2. Для заданной даты старта от Земли $T_{\text{ст}}$ и времени полета к промежуточной планете $t_{\text{п пр}}$, решая уравнение Ламберта, можно получить все характеристики этого участка траектории, включая гелиоцентрическую скорость КА в момент входа в грависферу промежуточной планеты $\bar{V}_{C1}$. Планетоцентрическая скорость входа в грависферу промежуточной планеты определяется из формул (3.32) : $\bar{V}_{\infty 1} = \bar{V}_{C1} - \bar{V}_{\text{пл}}$.

Выбор точки входа КА в грависферу планеты полностью определяет пролетную гиперболическую орбиту, ее элементы, перицентральное расстояние.

Итак, используя (9.33), получаем:

$$\Delta V = \left|\bar{V}_{C2} - \bar{V}_{C1}\right| = \sqrt{\left(\bar{V}_{\infty 2} - \bar{V}_{\infty 1}\right) \cdot \left(\bar{V}_{\infty 2} - \bar{V}_{\infty 1}\right)} = \sqrt{V_{\infty 2}^2 - 2\left(\bar{V}_{\infty 2} \cdot \bar{V}_{\infty 1}\right) + V_{\infty 1}^2}\,. \tag{3.34}$$

Из рис. 3.15, на котором пролетная гиперболическая орбита с точностью до допущений метода грависферы нулевой протяженности (подлетная и пролетная планетоцентрические скорости направлены по асимптотам гиперболы), получаем:

$$\bar{V}_{\infty 2} \cdot \bar{V}_{\infty 1} = V_{\infty 2} V_{\infty 1} \cos\beta = V_{\infty 1}^2 \cos\beta\,,$$

где $\beta -$ угол поворота вектора подлетной планетоцентрической скорости, а $\left|\bar{V}_{\infty 2}\right| = \left|\bar{V}_{\infty 1}\right|$.

Таким образом, имеем: $\Delta V = \sqrt{2} V_{\infty 1} \sqrt{1 - \cos\beta} = 2V_{\infty 1} \sin\dfrac{\beta}{2}$, причем (см. рис. 3.15) $\dfrac{\beta}{2} = \dfrac{\pi}{2} - \theta_0$; $\vartheta_{\text{пред}} = \pi - \theta_0$; $\cos\vartheta_{\text{пр}} = -\cos\theta_0$; $\cos\vartheta_{\text{пр}} = -1/e = \cos\vartheta_\infty$ (см. (2.55) [1]); $e = 1 + \dfrac{r_{\text{п}}}{a} = 1 + \dfrac{r_{\text{п}} V_{\infty 1}^2}{\mu_{\text{п}}}$ $\left(H = \dfrac{\mu_{\text{п}}}{a} = V_{\infty 1}^2\right)$.

В результате получаем:

$$\Delta V = 2V_{\infty 1} \cos\theta_0 = 2V_{\infty 1} \frac{1}{e} = 2V_{\infty 1} \mu_{\text{п}} \frac{1}{\mu_{\text{п}} + r_{\text{п}} V_{\infty 1}^2} = \frac{2V_{\infty 1} \mu_{\text{п}}}{\mu_{\text{п}} + \rho_{\text{п}} R_{\text{пл}} V_{\infty 1}^2}\,, \tag{3.35}$$

где $\rho_{\text{п}} = \dfrac{r_{\text{п}}}{R_{\text{пл}}}$, $r_{\text{п}}$ – радиус перицентра гиперболы, $R_{\text{пл}}$ – радиус планеты, $\mu_{\text{п}}$ – гравитационный параметр планеты.

Максимально возможное значение ΔV при заданной V_∞ достигается при $\rho_{\text{п}} = 1$, т.е. когда радиус перицентра гиперболы совпадает с радиусом планеты. Реализация такого случая при наличии атмосферы у планеты невозможна, но он представляет определенный интерес, т.к. характеризует предельные возможности гравитационного поля планеты. Таким образом, максимальное изменение гелиоцентрической скорости КА

$$\Delta V_{\max} = \Delta V\big|_{\rho_{\text{п}}} = \frac{2V_{\infty 1}}{1 + \dfrac{R_{\text{пл}}}{\mu_{\text{пл}}} V_{\infty 1}^2}. \qquad (3.36)$$

Из условия $\partial \Delta V / \partial V_{\infty 1} = 0$ легко установить, что при $V_{\infty 1} = \sqrt{\dfrac{\mu_{\text{пл}}}{R_{\text{пл}}}} = V_{\text{кр пл}}$ $\Delta V_{\max}$ достигает своего наибольшего значения $(\Delta V_{\max})_{\max}$.

Наименьшего значения гиперболические избытки скорости $V_{\infty 1}$ достигают при полете к планете по эллипсу Хомана (эллипсу минимальной энергии). Им соответствуют определенные наименьшие значения $\Delta V_{\max}$: $\Delta V_{\max\min}$.

Найдем угол β: Из соотношения $\sin \beta/2 = \cos\theta_0 = -\cos\vartheta_{\text{пр}} = \dfrac{1}{e} = \left[1 + \dfrac{r_{\text{п}} V_{\infty 1}^2}{\mu_{\text{пл}}}\right]^{-1}$ получаем:

$$\beta = \pi - 2\arccos\left[1 + \frac{r_{\text{п}} V_{\infty 1}^2}{\mu_{\text{пл}}}\right]^{-1}. \qquad (3.37)$$

Анализ зависимости (3.37) показывает, что угол поворота вектора планетоцентрической скорости увеличивается с уменьшением перицентрального расстояния $r_{\text{п}}$, уменьшением $V_{\infty 1}$ и увеличением $\mu_{\text{пл}}$. Таким образом, максимальный угол поворота вектора подлетной планетоцентрической скорости $\bar{V}_{\infty 1}$ соответствует минимальному перицентральному расстоянию, которое в пределе равно $R_{\text{пл}}$:

$$\beta_{\max} = \pi - 2\arccos\left[1 + \frac{R_{\text{пл}} V_{\infty 1}^2}{\mu_{\text{пл}}}\right]^{-1}. \qquad (3.38)$$

От гравитационного маневра можно получить значительные эффекты изменения гелиоцентрической траектории КА. Наибольшую отдачу от пертурбационного эффекта дает облет Юпитера или Венеры. Облет Юпитера позволяет изменить гелиоцентрическую скорость на десятки километров в секунду. Значительные эффекты − от облета Земли и Венеры. При реализации некоторых схем полетов можно использовать гравитационные маневры около

Луны. Реализация гравитационного маневра требует увязки гелиоцентрических участков траектории до пролета промежуточной планеты и после него. Важно, чтобы после пролета условия гелиоцентрического движения привели к встрече КА с планетой назначения. Один из возможных подходов к анализу таких условий может быть следующим. Фиксируется дата старта от Земли, дата подлета к планете назначения (например, Марсу). Варьируя дату пролета промежуточной планеты (например, Венеры) строят два независимых гелиоцентрических участка траектории КА: Земля − Венера, Венера − Марс. Из анализа первого участка получают венероцентрическую скорость входа в грависферу Венеры. Из анализа второго участка − венероцентрическую скорость выхода из грависферы Венеры. В общем случае их модули не равны. Варьируя дату пролета Венеры, добиваемся уравнивания модулей этих скоростей. Если это удалось сделать, то, обращаясь к анализу траектории в окрестности Венеры, с помощью соотношения (3.38) можно выяснить, осуществим ли гравитационный маневр, т.е. не проходит ли гиперболическая орбита через Венеру (во всяком случае, должно выполняться условие $\beta \le \beta_{\max}$). В том случае, если маневр не осуществим, то изменяем дату старта от Земли или дату подлета к планете назначения (Марсу).

До настоящего времени мы рассматривали пассивный гравитационный эффект, при котором $\left|\bar{V}_{\infty 1}\right| = \left|\bar{V}_{\infty 2}\right|$. Использование активного пертурбационного эффекта сводится к задаче преобразования вектора гиперболического избытка скорости $\bar{V}_{\infty 1}$ в вектор гиперболического избытка скорости $\bar{V}_{\infty 2}$, когда не равны их модули. Доказано [17], что при принятых допущениях (импульсная коррекция), трехмерную задачу перехода всегда можно свести к плоской. Существует несколько схем оптимальных импульсных переходов между двумя гиперболами с заданными асимптотами при ограничении минимального значения радиуса перицентра. Одной из интересных является одноимпульсная схема. Геометрия одноимпульсного перехода между асимптотами гиперболических орбит представлена на рис. 3.16. В точке P выполняется компланарный переход с гиперболы SAS' к гиперболе NLN' с суммарным углом

β. Задача оптимизации импульса тяги ΔV_a связана с определением только двух независимых переменных $\theta_{\text{ог}1}$ и $\theta_{\text{ог}2}$ (см. рис. 3.16).

В зависимости от схемы перехода, наименьшее расстояние от центра планеты выражается либо расстоянием от фокуса гиперболы облета (центра планеты) до точки подачи импульса маневра – радиусом $r_{\text{м}}$, либо радиусом перицентра одной из гиперболических орбит $r_{\text{п}1} = a_{\text{г}1}\left(\frac{1}{\cos\theta_{\text{о}1}} - 1\right)$ или $r_{\text{п}2} = a_{\text{г}2}\left(\frac{1}{\cos\theta_{\text{о}2}} - 1\right)$, причем допустимое решение возможно только в том случае, если расстояние от центра планеты до точки наибольшего сближения КА с планетой больше ее радиуса или верхней границы атмосферы.

В связи с этим, алгоритм поиска минимального значения импульса тяги ΔV_a представим следующим выражением:

$$\left(\frac{\Delta V_a}{V_{\infty 1}}\right)_{\min} = \min_{\theta_{\text{ог}1},\theta_{\text{ог}2}}\left[\frac{\Delta V_a}{V_{\infty 1}} : \forall r_{\text{п}1} \vee r_{\text{п}2} \vee r_{\text{м}} \geq R_{\min}\right], \tag{3.39}$$

где $R_{\min} = R_{\text{пл}}$ или $R_{\min} = R_{\text{пл}} + h_{\text{ат}}$ ($h_{\text{ат}}$ – высота верхней границы атмосферы над поверхностью планеты).

В качестве исходных значений $\theta_{\text{ог}1}$ и $\theta_{\text{ог}2}$ для численной оптимизации величины ΔV_a целесообразно использовать данные, соответствующие перицентральному переходу, поскольку они всегда находятся вблизи оптимума.

Активный гравитационный эффект нашел свое применение при успешной реализации программы "Вега". Осуществляя программу исследований космического пространства два советских КА "Вега-1" и "Вега-2", стартовав в декабре 1984 г. с промежуточной орбиты ИСЗ, в июне 1985 г. попали в грависферу Венеры. При входе в грависферу произошло отделение орбитального аппарата, входящего в атмосферу Венеры. Орбитальные аппараты, осуществив активный гравитационный маневр около Венеры, после коррекции орбиты вышли на гелиоцентрические траектории, проходящие вблизи кометы Галлея. Включение ракетного двигателя вблизи перицентра пролетной гиперболы позволило, за счет небольшого импульса скорости

(≈ 10 м/с), существенно изменить величину планетоцентрической скорости выхода из грависферы Венеры $\bar{V}_{\infty 2}$ [10].

В заключение заметим, что кроме рассмотренных выше факторов (масса планеты, радиус перицентра гиперболы облета, величина $\bar{V}_{\infty 1}$ и т.д.), на пертурбационный эффект влияет место входа КА в грависферу планеты, направление вектора $\bar{V}_{\infty 1}$, в планетоцентрической СК и другие факторы. Указанные параметры можно наиболее полно выявить при расчете межпланетной траектории только при учете размеров грависферы планеты и ее движения во время облета. Однако, на начальных этапах расчета гелиоцентрические участки полета Земля − промежуточная планета и промежуточная планета − планета-назначения рассматриваются, как правило, без учета размеров грависфер этих планет и без учета времени полета КА в грависфере промежуточной планеты (в случае пассивного гравитационного эффекта). Такой расчет и рассматривался в настоящем разделе.