Министерство образования и науки Российской Федерации
Балтийский государственный технический университет «Военмех»
Кафедра Процессов управления

Санников В.А.

Надежность

Учебное пособие

Санкт-Петербург
2005

Введение:
Проблема надежности ЛА и их систем управления
Два направления:
- обеспечение надежности
- ее расчет
Основные направления науки:
- математическая теория надежности
- развитие методов сбора и обработки статистических данных
- изучение физических причин отказов (влияние физико-химических процессов)

Последовательные моменты отказов t_i и моменты T_k для всех блоков (отказы) и в итоге найти зависимость: $T_k=f_k(t_i)$

1. Физика отказов (каскадное развитие отказов)
2. Оценка показателей надежности уникальных изделий (GPC) 4 машины, работают синхронно.

Основные понятия теории надежности.

Под изделием понимают эл-т, систему или её часть. Понятие надежности изделия существенным образом связано с понятием о его качестве. Качеством называют совокупность св-в, определяющих степень пригодности изделия для использования по назначению. Под надежностью понимается способность изделию сохранять качество при определенных условиях эксплуатации. Применительно к радио-электронным аппаратам и системам автоматического управления понятие надежности может быть сформулировано более узко: надежность–есть свойство изделия сохранять свои выходные характеристики (параметры) в заданных пределах при определенных условиях эксплуатации.

Одним из основных понятия теории надежности является понятие об отказе и безотказности. Под безотказностью понимается способность изделия сохранять работоспособность в течении определенного интервала времени при определенных условиях эксплуатации.

Отказ–событие, заключающееся в том, что изделие полностью или частично перестает выполнять заданные функции.

Для удобства анализа отказы можно классифицировать следующим образом:

1. Внезапный отказ, возникающий в результате скачкообразного изменения качества.
2. Постепенный отказ- отказ, возникающий в результате постепенного изменения свойства (износа и старения)
3. Перемежающийся отказ (сбой)-самоустраняющийся отказ, возникающий в результате временно действующих причин.

Критерий надежности–признак, по которому оценивается надежность изделия.
Характеристика надежности–количественное значение критерия надежности.
Основные критерии надежности можно разделить на две группы:
1) Критерии надежности не восстанавливаемых изделий
2) Критерии надежности восстанавливаемых изделий. Невосстанавливаемыми называют такие изделия, которые в процессе выполнения своих ф-ий не допускают ремонта. Если происходит отказ такого изделия, то выполняемая операция будет сорвана и ее нужно начинать вновь, если возможно устранение отказа. К таким изделиям относятся как изделия однократного действия (ракеты, ИСЗ…),так и многократного (некоторые системы навигационного комплектования, ПВО, системы управления воздушным движением, системы управления химическими и др. ответственными производственными процессами) Восстанавливаемыми называют такие изделия, которые в процессе выполнения своих ф-ий допускают ремонт. Если произойдет отказ, то он вызовет прекращение функционирования только на время ремонта. К таким изделиям относятся телевизор, приемник… Основное соединение изделий–такое, при котором отказ хотя бы одного изделия ведет к отказу всего соединения. В смысле надежности изделие образующие основное соединение соединены последовательностью.

Если изделие образует электрическую схему, то при основном они могут образовывать как последовательное, так и параллельное. Резервное соединение–такое, при котором отказ соединения наступает после отказа основных и всех резервных элементов.

Резервирование–это способ повышения надежности путем включения избыточных резервных элементов, либо исполнение других резервных свойств, обеспечивающих выполнение функций. Различают следующие виды резервирования:

1) аппаратурное
2) функциональное
3) временное
4) информационное

1) Аппаратурное–за счет наличия избыточных изделий, которые выполняют функции при отказе основных или параллельных с ними.
2) Функциональное–при котором заданные функции могут выполняться различными способами или техническими средствами (передача информации; включение человека в контур управления при отказе автоматической системы управления)
3) Временное–такое планирование работы изделия при котором создается резервирование рабочего времени. Резервное время может быть использовано либо для повторения рабочего действия либо для ремонта.
4) Информационное–введение избыточных информационных символов при передаче, обработке и отображения информации. Существуют такие способы изображения символов, при котором искажение одного не приводит к искажению передаваемой информации. К категории информации избыточной относят кодирование информации с использованием дополнительных разрядов, позволяющих обнаружить и устроить ошибки (корректирующие коды).

Классифицирование способов аппаратного резервирования

По способу подключения резервных изделий
Общее–при котором резервируется вся система в целом.
Поэлементное–резервируются отдельные части.
Кратность резервирования (m)–отношение числа резервных элементов системы к числу основных.
Различают резервирование с целой и дробной краткостью. При резервировании с целой краткостью за одним основным элементом системы закрепляется один или несколько резервных элементов (системы). При резервировании с дробной кратностью группа одинаковых основных элементов (системы) резервируется несколькими такими же резервными элементами (системами), каждый из которых м.б. включен взамен любого из основных. Часто этот вид резервирования называют скользящим.
Кратность резервирования:

$m = \frac{M}{N}$ M-число рез. эл. N–число основных

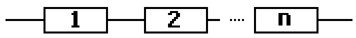
$m = \frac{2}{4}$, это значит 2-резервных и 4 основных . Сокращать нельзя.

Скользящее резервирование возможно только для однотипных элементов (сист.), кроме того реализация такого резервирования возможна только в случае, если имеется устройство (коммутатор) позволяющее отыскивать неисправный элемент и подключать резервные.
Резервные элементы (сист.) могут включать в работу на всё время эксплуатации или при отказе основных. Отсюда вытекает 2 способа резервирования:
– постоянный
– с замещением
постоянным резервированием называют такое резервирование, при котором элементы системы присоеденены к основным в течении всего времени работы и функционируют

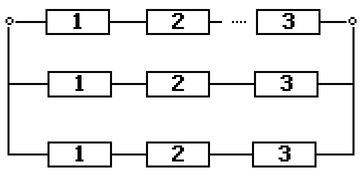
одновременно с ними. При резервировании с замещением, резервные замещают основные после их отказа.
В зависимости от условий в которых находится резервные изделия до момента включения различают 3 вида резервирования с замещением:
– 1 вид характеризуется тем, что внешние условия резерва полностью совпадают с условиями, в которых находится рабочее изделие. Называют “горячим” или нагруженным резервированием. Ресурс начинает расходоваться с моментом включения всей системы.
– 2 вид характеризуется тем, что условия в которых находятся резервные изделия в режиме ожидания на столько легче рабочих, что резервные изделия начинают расходывать свой ресурс только с момента включения их в работу вместо отказавших. Называют холодным или ненагруженным.
– 3 вид облегченный или теплый резерв– резервные изделия находятся в облегченном режиме до момента их включения вместо основных. Во время ожидания они могут отказать, но с вероятностью меньшей вероятности основного. При резервировании с замещением необходимо иметь переключающие устройства, число которых должно быть меньше, так как они d надежность системы. Поэтому область использования резервирования с замещением распространяется на резервирование сравнительно крупных узлов и сложных систем. Область использования постоянно ограничивается тем, что одновременная параллельная работа допускается в некоторых случаях. Удобна для резервирования сравнительно мелких элементов.

В последнее время в радиотехнических системах нашло широкое применение маториторное резервирование или резервирование “голосованием” этот способ основан на применение дополнительного элемента, его называют маториторным, логическим или кворум-элементом. Он позволяет вести сравнение сигналов поступающих от элементов выполняющих одну и ту же ф-ию. Если результаты совпадают, то они подаются на выход системы. Выход определяется большинством. Главное достоинство этого способа– обеспечение надежности вместо одного реле поставлено три, по способу постоянного регулирования с раздельным включением. Такое включение обеспечивает надежность при отказе “обрыв”, подключенного маториторного элемента исключает опасность отказа, т.к. любой вид отказа не окажет влияния на выходной результат. Для повышения надежности передачи информации и в вычислительных комплексах.

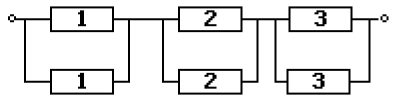
1) основное соединение



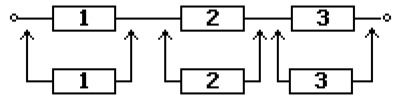
2) резервирование общее постоянное, m=2



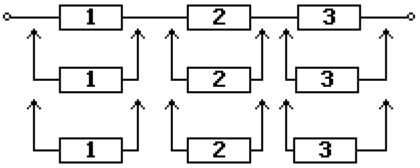
3) резервирование элементное постоянное, m=1



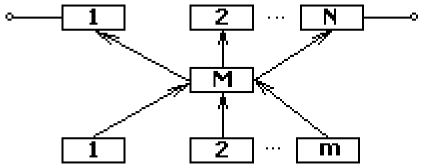
4) общее с замещением m=1



5) элементное с замещением m=2

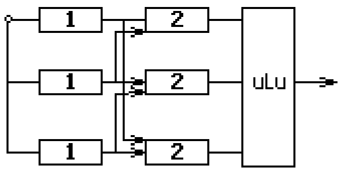


6) скользящее осн. из один. элементов



$$m = \frac{M}{N}$$

7) маториторное 2 из 3^x



$$1 - 2 \vee 2 - 3$$

Критерии надежности невосстанавливаемых изделий.

Рассмотрим следующую модель испытаний: пусть на испытании находится партия (N) и пусть испытания считаются законченными когда все изделия отказали, причем вместо отказавших новые не ставятся.

Тогда критерий надежности этой партии является:

1. Вероятность безотказной работы в момент времени t (функция надежности P(t))
2. Вероятность отказа в момент времени “t” (Q(t))
3. Плотность вероятности отказа (q(t)), частота отказа (a(t)), скорость отказа
4. Интенсивность отказа (опасность отказа) (S(t))
5. Средняя наработка на отказ или среднее время безотказной работы (T)

Рассмотрим последовательно эти критерии надежности:

1) Функция надежности P(t)

Пусть в момент времени t=0 изделие начинает свою работу, а в t=τ (случайное время)– отказ

P(t)=P(τ>t)

Функция надежности обладает следующими свойствами:

$0 \le P(t) \le 1$,   P(0)=1, $P(\infty)=0$

По статистическим данным об отказе P(t) м.б. оценена следующим выражением:

$\overline{P_n}(t) = \frac{N - n(t)}{N} = 1 - \frac{n(t)}{N}$ – статистическая вероятность без работы

n(t)–число изделий отказ. До момента времени t

$N \to \infty$ $\overline{P_n}(t) \to P(t)$

при больших N $\overline{P_n}(t) \approx P(t)$

2) Вероятность отказа Q(t)

Q(t)=P{τ≤t}

– функция распределения случайных величин τ (интегральный закон распределения)

По статистическим данным $\overline{Q_n}(t)=\dfrac{n(t)}{N}$

N→∞ $\overline{Q_n}(t)$ →Q(t)   Q(0)=0, Q(∞)=1

Безотказная работа и отказ представления собой полную группу событий.

P(t)+Q(t)=1

Если функция Q(t) непрерывна и существует первая производная Q'(t)=q(t), то можно рассмотреть третью характеристику:

3) q(t)≡a(t)

По статистическим данным $\overline{q_n}(t)\equiv\overline{a_n}(t)=\dfrac{n(\Delta t)}{N\Delta t}$.

n(Δt)–число изделий отказавших в интервале Δt

$\left[t-\dfrac{\Delta t}{2};t+\dfrac{\Delta t}{2}\right]$

N→∞ $\overrightarrow{a_n}\rightarrow a(t)$

Исходя из вероятностного смысла частоты отказа

$q(t)\equiv a(t)=Q'(t)$

Q(t)=1-P(t)   q(t)=-P'(t)

$Q(t)=\int\limits_{-\infty}^{t}q(t)dt=\int\limits_{0}^{t}a(t)dt$.   (отрицание времени не р)

4) Интенсивностью отказа называется отношение числа отказавших изделий в единицу времени к среднему числу изделий исправно работающих в данном интервале времени

$\overline{\eta_n}(t)=\dfrac{n(\Delta t)}{\Delta t N_{cp}}$

n(Δt)– число изд. отк. Δt

N_{cp}=1\2•(N_{i-1}+N_i)

N_{i-1} – число издел. Исправных в начале интервале Δt

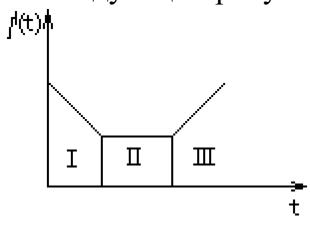
N_i – число изделий исправных в конце интервала Δt

P(t)+Q(t)=1

P(t)=$e^{-\int\limits_{0}^{t}\eta(t)dt}$ $\eta(t)=\dfrac{g(t)}{P(t)}=-\dfrac{P'(t)}{P(t)}=-\dfrac{d}{dt}\ln P(t)$

Вероятностный смысл: η(t)– есть плотность условной вероятности, возникновение отказа в момент времени t, при условии, что до этого момента отказ не происходит.

Наиболее удобная характеристика оценки надежности простейших изделий, т. к. она позволяет более просто вычислить количественные характеристики сложных изделий. На следующем рисунке изображен график η(t) для многих изделий характерный:



на первом участке функция η(е) имеет повышенное значение. Это связано с тем, что в партии имеются изделия со скрытыми диффектами – это период приработки.

Второй участок характеризуется приближенными или постоянными значениями.

η(t)– нормальная работа

третий – период старения, необратимость физико-хим. явления, приводит к понижению качества.

Если изделия у которых отсутствует 1 период, однако у большинства изделий имеется период в котором $\eta(t)\approx$const.

1-м периодом зачастую можно пренебречь.

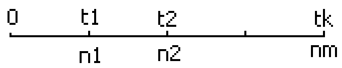
5) T– среднее время безотказной работы называется МО времени работы до отказа, т.е. МО(τ)

$$T=M[\tau]=\int_{-\infty}^{\infty} tq(t)dt=\int_{0}^{\infty} tq(t)dt=\int_{0}^{\infty} P(t)dt\,,$$

q(t)=a(t)

q(t)=Q'(t)=-P'(t)

t_i– время отказа i-го изделия $\quad \vec{T}_n=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{N} t_i}{N}$



Весь интервал времени делят на отдельные части, которые называют разряды, фиксируют число разрядов m(>6), и число отказов (n)

n_i– число отказавших элементов в i-ом разряде подсчитывается

$t_{cp}=\dfrac{1}{2}[t_{i-1}+t_i]$ – среднее время интервала

Тогда: $\vec{T}_n=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{m} t_{cpi}\cdot n_i}{N}$ – статистич. наработка на отказ.

Рассматривают также дисперсию отказа

$$Д[\tau]=M[(\tau-T)^2]=\int_{-\infty}^{\infty}(t-T)^2 q(t)dt$$

T=M[τ]

Этот критерий применяется сравнительно редко.

Экспоненциальный закон надежности.

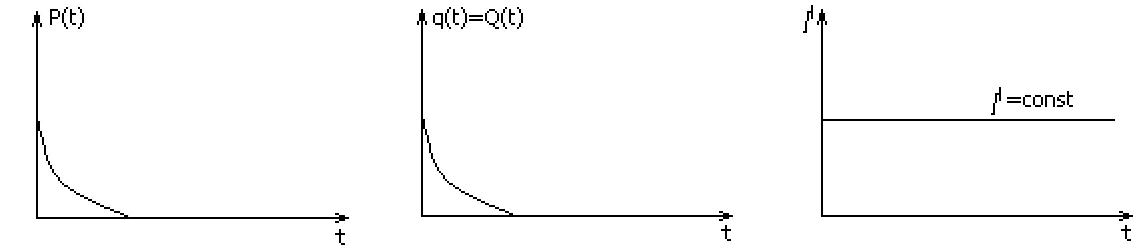
Он хорошо описывает закономерности возникновения внезапных отказов.

η=const $\qquad P(t)=e^{-\int_0^t \eta(t)dt}=e^{-\eta t}$

$$T=\int_0^{\infty} e^{-\eta t}dt=\frac{1}{\eta},$$

$$Q(t)=1-P(t)=1-e^{-\eta t}$$

$$q(t)=Q'(t)=\eta e^{-\eta t}$$



$P(t) = e^{-\eta t} = e^{-\frac{t}{T}}$

t=T $\quad P(t) = e^{-\eta t} = e^{-\frac{t}{T}}$

Для экспоненциального закона задачи надежности оказываются на порядок проще, это объясняется свойством стационарности потока отказов в случае справедливости экспоненциальности закона.

Условная вероятность безотказной работы на интервале $[t_1,t_2]$, найденная в предположении, что до момента t_2 объект был исправлен.

$P(t) = e^{-\eta t}$ $\quad \Delta t = t_2 - t_1$

Некоторые другие законы надежности

Они описывают закономернрсти возникновения отказа в различных изделиях.

1 Нормальный закон
2 Усеченный нормальный закон
3 Закон Вейбулла
4 Закон Пуассона
5 Закон Релея
6 Закон Гамма
7 Логарифмический закон
8 Биноминальный закон
9 Гипергеометрический закон
10 Закон χ^2
и др. …

1 Нормальный

хорошо описывается законом возникновения постепенных отказов, кот. возникают в результате износа и старения.

Норм. распределение $q(t) \equiv a(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}}$ $\quad \sigma = \sqrt{Д}$.

T,σ – параметры нормального распределения

T – средн. вр. безотказной работы МО

σ – дисперсия времени безотказной работы дисп.

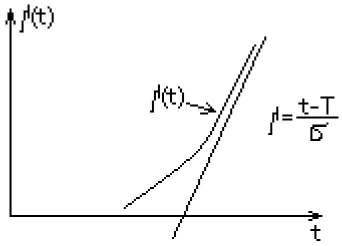
$$Q(t) = F(t) = \int_{-\infty}^{t} q(t)dt$$

$Q(t) = 0{,}5 + \Phi(u)$ $\quad$ u=$\frac{t-T}{\sigma}$ $\quad$ ф-я Лапласа

$\Phi(u) = \frac{1}{2\pi}\int_0^u e^{-\frac{x^2}{2}}dx$ – затабулировано

P(t)=1- Q(t) $\quad$ P(t)=0,5-Φ(u)

$$\eta(t) = \frac{q(t)}{P(t)} = \frac{1 \cdot e^{-\frac{(t-T)^2}{2\cdot\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}(0{,}5 - \Phi(u))}$$



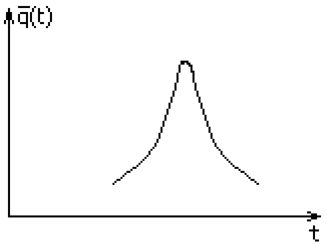
$$tg\alpha = \frac{1}{\sigma}$$

2 Усеченное нормальное
рассматривается интервал [0;∞], отрицательное время не рассматривается

$\overline{q}(t) = Cq(t)$

$\int\limits_0^\infty \overline{q}(t)dt = 1$ – условие нормировки

$$C = \frac{1}{\int\limits_0^\infty q(t)dt}, \qquad C = \frac{1}{0{,}5 + \Phi(\frac{T}{\sigma})}.$$



Однако если в обычное норм. распределение отношение $\frac{\sigma}{T}$ – коэффициент вариации $\frac{\sigma}{T} < \frac{1}{3}$, то вероятность появления отрицательного значения случайной величины близка к 0 , в таком случае можно использовать обычное нормальное распределение.

3 Закон Вейбула
является обобщением экспоненциально закона в том случае, когда поток отказа является нестационарным .

Функция надежности $\qquad P(t) = e^{-\eta_0 t^{\alpha}}$

η_0 ; α – параметры закона Вейбулла

$$q(t) = Q'(t) = -P'(t) = \eta_0 \alpha t^{\alpha - 1} e^{-\eta_0 t^{\alpha}}$$

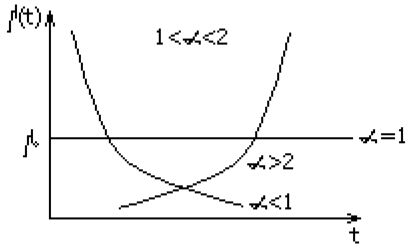
$$\eta(t) = \frac{q(t)}{P(t)} = \eta_0 \alpha t^{\alpha - 1}$$

$T = \int\limits_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ Гамма функция

Основной причиной использования закона Вейбулла является то, что он обобщая экспоненциальный закон содержит дополнительный параметр α . Подбирая нужным образом 2 параметра, можно лучше удовлетворить эксперим. данным, которые зависят только от 1 параметра η.

Так у изделия, у которого часто встречаются скрытые дефекты опасность отказа η(t) вначале резко повышена, а потом резко падает → “выжигание”. Функция надежности такого изделия может быть аппроксимирована законом Вейбулла, α<1.

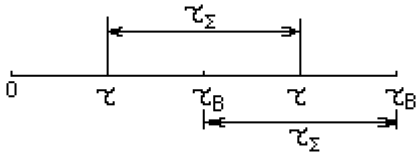
Если у изделия почти нет скрытых дефектов, то оно быстро стареет, то η(t) монотонно растет, функция надежности м.б. апроксимирована законом Вейбулла при α>1



Критерии надежности восстанавливаемых изделий.

Понятие потока случайных событий.

Восстанавливаемое изделие может отказать много раз. Такой процесс можно описать или с помощью непрерывных случайных величин, характеризующих время работы до отказа (τ) и случ. время восстанавления ($\tau_в$) или время м/д 2^{мя} последовательными событиями ($\tau_\Sigma=\tau+\tau_в$)



или с помощью дискретных случайных величин, характеризующих число отказов ($N_0[t_{i-1},t_i]$) и восстановлений ($N_в[t_{i-1},t_i]$).

Для характеристики СВ($\tau_в$) используется критерии надежности аналогичные тем, которые рассматривались для СВ τ, это

1) $V(t)=P(\tau_в<t)^2$ – вероятность восстановления (аналог Q(t))
2) $G(t)=P(\tau_в>t)$ – вероятность не восстанавливаемых (аналог P(t))
3) $V(t)+G(t)=1$

$V(t)=V'(t)=-G'(t)$ – плотность вер. восст. аналог q(t)

$\vartheta(t)=\dfrac{v(t)}{G(t)}$ – интенсивность восстановления (аналог η(t))

$T_в=M[\tau_в]=\int\limits_0^\infty G(t)dt$ средн. вр. восстан.

$\tau_\Sigma=\tau+\tau_в$ – м/д двумя послед. событиями. (τ и $\tau_в$) – статистически независимы

Тогда плотность вероятности СВ τ_Σ определяется как интеграл свертки:

$\omega(t)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} q(x)v(t-x)dx=\int\limits_0^t q(x)v(t-x)dx$ $\quad$ $q(x)\equiv 0$, $t<x$

Вероятность того , за время t произойдет 1 отказ и 1 восстановление определяется интегральным законом распределения.

$W(t)=P(\tau_\Sigma<t)=\int\limits_\infty^t \omega(y)dy=\int\limits_o^t dy\int\limits_0^y q(x)v(y-x)dx$.

Для процессов с нулевым временем восстановления плотность вероятности восстановления может представить как б функцию Дирака.

$V(t)\equiv\delta(t)$

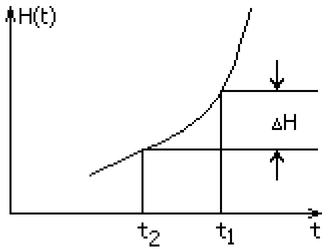
$\omega(t)=q(t)$

Фундаментальное значение в теории надежности имеет функция восстановления, которая представляет собой среднее число восстановлений в интервале [0,t]

$H(t)=M[N_в(t)]$

Для процессов с нулевым временем восстановления функцию восстановления будем обозначать Ω и назовем её функцией потока отказов.

$\Omega(t)=M[N_в\equiv N_0(t)]$



$\Delta H = H(t_2) - H(t_1)$
$H(t)$ и $\Omega(t)$ определяется интегральным уравнением Вольтегра 2 рода.

$$H(t) = W(t) + \int_0^t H(t-x)dW(x)$$

$$\Omega(t) = Q(t) + \int_0^t \Omega(t-x)dQ(x)$$

$h(t)=H'(t)$ – восстан.
$\omega(t)=\Omega'(t)$ – интенсивность потока отказа , не обладает свойством плотности вероятности.

$\int_0^\infty h(t)dt$ – расходится.

Понятие потока отказов.

П.о. – представляет собой последовательность случ. событий, которые отличаются друг от друга только моментом своего появления, т.е. является однородными.

Наибольшее распространение в теории надежности получил так называемый простейший поток отказов (стационарный, Пуассоновский)
Закон Пуассона определяет распределение числа появления n – случайных событие за время t.

$$P_n(t) = \frac{(\eta t)^n}{n!} e^{-\eta t}$$

вероятность того, что за t появл. n
η – интенсивность 1 случ. события
$M[n]=\eta t=\sigma^2(n)=Д[t]$
Вероятность того, что не произойдет ни 1 отказа:

$$P_0(t) = e^{-\eta t} = P(t)$$

Стационарный Пуассоновский поток обладает следующими свойствами:
1) ординарность
2) стационарность
3) отсутствие последействия

Ординарность означает, то вероятность появления двух или более событий нас элементарном отрезке времени пренебрежимо мало с вероятностью появления 1 события. Свойство ординарности математически может представить следующем образом:

$\sum_{\kappa}^{\infty} P_\kappa(t)$ – вероятность появления не менее “k”– событий

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\sum_{\kappa=2}^{\infty} P_\kappa\left[t, t+\Delta t\right]}{\Delta t} = 0$$

Свойство стационарности означает, что имеет место постоянная плотность событий, т.е. постоянное среднее число событий в единицу времени.
$P_к(\tau)$ $[t, t+\tau]$
Зависит от длины интервала

Свойство отсутствия последействия, означает что число событий попадающих на некоторый интервал времени не зависит от того сколько таких событий попадают на другие интервалы.
Интенсивность потока ω статистически определяется:

$$\omega_n = \frac{n(\Delta t)}{\Delta t N}$$

n(Δt) – число отказов в интервале $\left[t - \frac{\Delta t}{2}; t + \frac{\Delta t}{2}\right]$.
N – число испытываемых образцов, но при этом все вышедшие из строя изделия заменят новыми (параметр потока отказов)

$$\omega(t) = q(t) + \int_0^t \omega(x)q(t-x)dx$$

S – аргумент преобразования Лапласса

$$\omega(s) = q(s) + \omega(s)q(s)$$

$$\omega(s) = \frac{q(s)}{1-q(s)} \qquad \omega(t) = L^{-1}\{\omega(s)\}$$

Параметр потока отказов обладает следующими свойствами:
1) для любого момента времени, независимо от закона распределения времени безотказности работы очевидно :
ω(t)>q(t)
2) независимо от вида функции q(t)

$$\lim_{t\to\infty}\omega(t) = \eta$$

3) при η(t)=const , то ω(t)=η(t)=η
не обладают свойством плотной вероятности
Важной характеристикой восстанавливаемых изделий является функция готовности и коэффициент готовности. Под функцией готовности понимается вероятность того , что ремонтируемое изделие в любой момент времени готово к выполнению предназначенных ему функций.
Функцию готовности определяют следующем образом $K_r(t) = P(t) + (1-P(t))v(t_0)$
Стационарное значение функции готовности – коэффициент готовности.

$$K_r = \lim_{t\to\infty} K_r(t)$$

вероятность того, что восстанавливаемое изделие будет работоспособно в производственный момент времени t кроме планирования периодов в течении кот. используемое изделие не предусматривается.
Коэффициент простоя $k = 1 - k_r$
Обычно коэффициент готовности ее вычисляется по фрмуле:

$$K_r = \frac{T}{T+T_в}$$ Т – среднее время безотказной работы

Тв – среднее время восстановления
Нарушение условий стационарности или наличие условия последействия приводит к тому ,что поток становится не простейшим.
К не простейшим потокам относятся потоки Эрланга различного порядка , которые возникают при “просеивании” простейшего потока.
Поток Эрланга к-го порядка – поток получающийся в результате сохранения к-го события в простейшем потоке, при к=1 поток трансформируется в простейший.
С увеличением k возрастает последействие

$$f_k(t) = \frac{\eta(\eta t)^{k-1}}{(k-1)!}e^{-\eta t}$$

$\eta_k = \dfrac{\eta}{k}$ – интенсивность потока Эрланга.

Оценка показателей надежности по результатам испытаний.

§1 Испытания на надежность. Планы испытаний.

Испытания на надежность может давать наиболее полные по сравнению с любыми другими источниками информации. Это объясняется тем, что на надежность влияют разнообразные факторы , учесть которых при расчетах и моделировании не всегда удается. Испытания на надежность требует значительное время и материальных затрат. В отличии от других испытаний в данном случае необходимо ограничить сохраняемость свойств изделия на протяжении длительного интервала. Поэтому испытания должны быть длительными. Оценки надежности носят вероятностный характер, для повышения их достоверности надо испытывать большое количество изделий.

В процессе испытаний изделия могут изнашиваться и становятся непригодными. Поиск путей для преодоления этих трудностей привел к появлению разнообразных методов проведения испытаний на надежность.

Основная классификация.

1 Определительные испытания – такие в результате которых определяются числовые значения показателей надежности.

2 Контрольные испытания – такие, которые проводятся для контроля соответствия показателей надежности заданным требованиям путем проверки выполнения статистических гипотез. При этом значении показателя надежности не оценивается , а производится проверка соответствия значений показателя надежности заданному уровню.

3 Специальные испытания – такие, которые предназначены для определения влияния некоторых факторов на надежность (помехи, радиация …). Для определения величины ресурса (регламентированная продолжительность работы изделия), долговечности, живучести, ремонтопригодности и др. Каждый из указанных основных видов испытаний подразделяется на разновидности в зависимости от условий проведения.

Для проведения испытаний составляется план испытаний в котором указывается :

1. Количество N изделий (объем испытываемой партии)
2. Порядок замены отказавших изделий
3. Продолжительность испытаний.

Планы испытаний, в которых отказавшие изделия не заменены новыми, обозначаются “Б”. Планы испытаний, в которых отказавшие изделия заменены новыми, обозначаются “В”. Предполагается, что наблюдение за отказами производится непрерывно, в результате чего отказы обнаруживаются в моменты их возникновения.

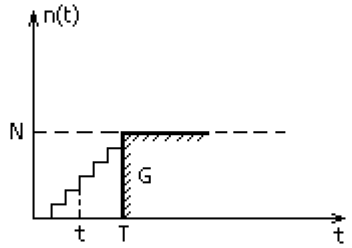
Обозначим через $r \leq N$ обозначим планы в которых наблюдения за отказами ведутся до r-того отказа.

Через T обозначим планы, при которых наблюдения ведутся втечении времени t (измеряется в часах). Иногда испытания смешанные планы, когда испытания ведутся до отказа r изделий, если наработка до появления отказа $t_r < t$ или до момента T, если $t_r \geq T$. Такие планы обозначим (r,T). Легко видеть, что возможно лишь 6 различных планов:

[N,Б,T]	[N,B,T]
[N,Б,r]	[N,B,r]
[N,Б,(r;T)]	[N,B,(r;T)]

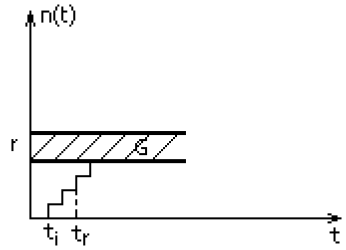
Обозначим n(t) – число отказов, возникших в момент времени t. Эта функция не может убывать и принимать последовательные значения. Точки роста (скачки) отвечают случайным моментам времени t_i . Реальную наблюдаемую во времени испытанную функцию n(t) называют траекторией процесса n(t). Обозначим через G ту обл. плоскости (n(t),t) попадание в которую процесса n(t) приводит к окончанию испытаний.

Для планов [NБT] [NBT] в качестве области G мы должны взять n/плоскость.
а)

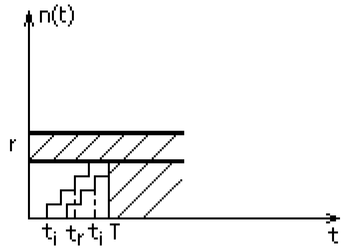


В случае таких планов испытание прекращается в момент t_r первого попадания траектории в множества G $\{(n,t)$: $n \geq r\}$

б)



Для планов смешанных [N,Б,(r,t)] [N,B,(r,t)] испытания прекращаются в момент первого попадания в множество $G=\{(n,t)\}$ или $n \geq r$ или $t \geq T$.



§2 Общие методы оценки надежности по результатам испытаний.

Рассмотрим общие методы получения оценок параметров, определяемых надежность изделия. Эти методы могут быть использованы при обработке результатов наблюдений над изделием, срок безотказности работы, который подчинен тому или иному распределению.

Эмпирическая функция распределения и гистограмма результатов испытаний.

Ограничимся планами [N,Б,r] [N,Б,T] . План [N,Б,N] означает, что испытания производятся над партией N-изделий до отказа последнего из них, причем нов./отремонт. , не добавляются. Этот план может испытать или в случае, когда изделия сравнительно не надежны или при проведении ускоренных испытаний.

Предположим, что испытываемые изделия занумерованы числами 1…N. i–изделие отказывает в случ. Момент времени $-\tau_i$.

Первый отказ наступает в случае мом. вр. $t_1=\min(\tau_1 \dots \tau_N)$, где индекс – N изделия, отказавшего первым.

Второй отказ $t_2=\min(\tau_1 \dots \tau_{i-1},\tau_{i+1} \dots \tau_N)$. Последний отказ $t_N=\max(\tau_1 \dots \tau_N)$.

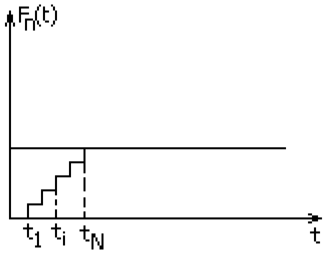
В статистике такую упорядоченную последовательность чисел $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_N$ – называют вариационным рядом испытаний.

При использовании плана [NБT] наблюдается только те отказы, которые происходят до момента времени T. Если $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq$ – последовательные моменты отказов, то в результате испытаний мы наблюдаем случ. число $n(T)=0$, 1..N, происходящих в моменты

$t_1 \le t_2 \le \ldots \le t_{N(T)} \le T$.
Индекс n(T) – N-последнего отказа, кот. происходит до окончания испытаний τ. Заметим, что n(T)=0 , то это не дает права заключить, что надежность изделий=1. В последствии мы укажем правило оценки надежности в подобных случаях, основанное на понятие доверительных интервалов.
Функция распределения F(t)
Эмпирическая ф-я $F_N(t)$

$$F_N(t) = \begin{cases} 0, при\_t \le t_1 \\ \dfrac{K}{N}, при\_t_k \le t \le t_{k+1} \\ 1, при\_t > t_N \end{cases}$$

k– число изд. отк. до м. вр. t



При плане [N,Б,T] эмпирическая функция распределения может быть определена только для t≤T .

При плане [NБr]: $F_n(t) \le \dfrac{r}{N}$ – это есть оценка функции распределения.

Оценкой для плотности вероятности

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = q(t)$$

может служить т.н. гистограмма регул. испытаний $q_n(t)$= статистическая плотность вероятности.

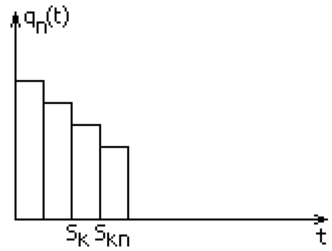
При построении гистограммы используется т.н. статистический ряд. Область значений t до отказа разбиваем на интервалы, которые называют разрядами.
(S_K, S_{K+1}) к=1…m   m>6…10 (число разрядов)
Обозначим m_k – число отказов которые наблюдаются в к-ом интервале. В этом случае

$q_k^*(t) = \dfrac{m_k}{N}$ – частота разряда

$q_k(t) = \dfrac{q_k^*}{|S_{k+1} - S|}$ => $q_k(t) = \dfrac{m_k}{N \cdot |S_{k+1} - S_k|}$ – статистическая плотность вероятности.

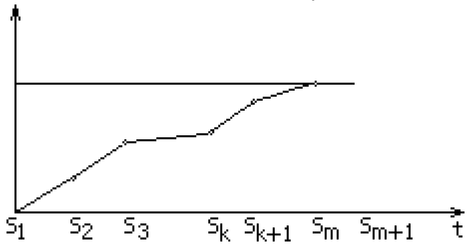
Статистический ряд

	m_1	m_2		m_k
I_υ	S_1 S_2	S_2 S_3	…	S_k S_{k+1}
q_n^*	q_1^*	q_2^*	…	q_k^*



Для практических задач достаточно построить статистическую функцию распределения F

по нескольким точкам.
В качестве этих точек удобно взять границы разрядов статистического ряда.



$F_N(S_1)=0$ $\qquad F_N(S_2)=\frac{m_1}{N}=q_1^*$

$F_n(S_3)=\frac{m_1+m_2}{N}=q_1^*+q_2^*$ $\qquad F_N(S_k)=\sum_{i=1}^{k-1}q_i^*$

$F_N(S_{m+1})=\sum_{i=1}^{m}q_i^*=1$

Во многих случаях можно ограничиться другими характеристиками, которые определяются более просто: а именно начало и центр моментами, квантилями и т.д.
Начальные и центральные моменты:
1) испол. вариационного ряда
имеем план испытаний : [N,Б,N] , определяется статистическим моментом $k^{го}$ порядка.

$$\overline{t^k}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}t_i^k$$

k=1 – МО $\quad \bar{t}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}t_i$ – статистическое среднее
центральный момент

$$(t-\bar{t})^k=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(t_i-\bar{t})^k$$

k=2 – статистическая дисперсия $\overline{(t-\bar{t})^2}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(t_i-\bar{t})^2$

число t_p ,такое, что оно является корнем уравнения $F(t_p)=p$ (F–функция распределения.) называется квантиль уровня p

$F_N(\hat{t}_p)=p$ $\qquad \hat{t}_p$–эмпирический квантиль уровня p

$t_{1/2}$ – медиана распределения … $t_{1/4}$, $t_{2/4}$, $t_{3/4}$
Делят область изменения случайной величины τ соответственно на 4 интервала, попадание в который имеют равные вероятности.
2) Эти же характеристики можно определить с использованием статистического ряда:

$\overline{t^k}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{h}\overline{t_i^k}m_i$ $\qquad \overline{t_i}=\frac{1}{2}(t_i+t_{i+1})$ – среднее время $i^{го}$ интервала. (5)

h– число интервалов
m_i – число отказ. в $i^{ом}$ интервале

$$\overline{(t-\bar{t})^k}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{h}m_i(t_i-\bar{t})^k$$

$\bar{t}$ – статистическое среднее, к=2 – статистическая дисперсия.

Точечные оценки параметров распределения.

В ряде случаев вид закона распределения времени безотказной работы известен априорно, но неизвестны параметры этого распределения. В таком случае ставится задача определения неизвестных параметров.

Статистические оценки параметров распределения является случайными величинами.
F(t,α) – функция распределения св τ
α – вектор неизвестных параметров.
Требуется получить оценку вектора α: $\hat{\alpha}$ (СВ)
Используем вариационный ряд:
$t_1 \ldots t_N$ – результат независимых испытаний СВ τ, тогда точечной оценкой вектора параметров α мы будем называть некоторую ф-ю $\varphi(t_1 \ldots t_N) = \hat{\alpha}$ от от результатов испытаний и известных величин. Чтобы избежать произвола в выборе ф-ии φ необходимо наложить на эти ф-ии некоторые естественные условия.

Обычно стремятся, чтобы оценки ф-ии φ обладали свойствами несмещенности, состоятельности и эффективности.
1) Оценка называется несмещенной если ее МО=самому параметру.
2) Оценка называется состоятельной если при увеличении числа наблюдений N до ∞ она сходится по вер-ти к оцениваемому параметру.

$$\lim_{N\to\infty} P\{|\hat{\alpha} - \alpha| > \varepsilon\} = 0$$

ε>0 : ∀ малая величина
3) Оценка называется эффективной, если дисперсия оценки не превышает некоторого заданного значения $M\left[(\hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_2)^2\right] < M\left[(\hat{\alpha}_2 - \alpha)^2\right] \cdot \alpha = M[\hat{\alpha}]$
При некоторых ограничениях, наложенных на аналитические свойства оценок можно указать нижнюю грань для всех оценок рассматриваемого класса: $\inf\limits_{\hat{\alpha}} = M(\hat{\alpha} - \alpha)^2$

$$\hat{\alpha} = \varphi(\cdot)$$

$$M\left[(\hat{\alpha} - \alpha)^2\right] = \inf_{\hat{\alpha}} M\left[(\hat{\alpha} - \alpha)^2\right]$$ – эффективн.

Для точечной оценки параметров распределения наработки на отказ наиболее часто применяют следующие методы:
1) графические методы
2) метод максимального правдоподобия
3) метод квантилей
4) метод моментов
Рассмотрим последовательно указанные методы:

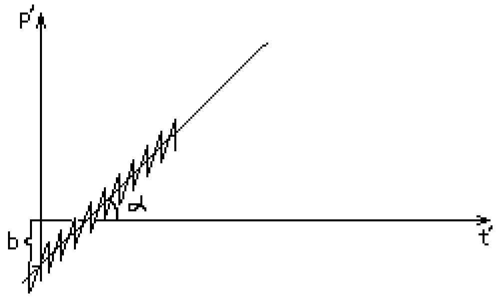
1) графический – эти методы применимы для некоторых семейств функции распределения F, содержащих не более 2^x параметров (α,β).

График функции распределения P=F(t,α,β) можно представить в виде совокупности точек на плоскости.

Основная идея графического метода состоит в том, что подбирается такая непрерывная замена координат
t'=h(t) p'=φ(p)=φ[F(t,α,β)] ,
что на плоскости p';t' получаем прямую линию, уравнение которой:

$$p' = \underbrace{\Psi(\alpha,\beta)t'}_{k} + \underbrace{\chi(\alpha,\beta)}_{b} \qquad (*)$$

tgγ=k



Т.к. эмпирическая ф-ия распределения $F_n(t)$ представляет из себя ломаную линию, то после замены переменных t'=h(t) и p'=φ[$F_n(t)$] на плоскости p';h'. Мы получим кусок ломаной линии, которая близка к родной из прямых (*). По этому куску м. Окр. В γ приближенно и найти неизвестные параметры.

Пример использования графического метода для оценки параметров нормального распределения.

$$q(t) \equiv f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$F(t,\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int\limits_{-\infty}^{t} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt = \Phi_1\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right) = p$$

$U = \dfrac{t-\mu}{\sigma}$, p'=φ(p) t'=h(t)

Нормальное распределение.

$$q(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

есть выборка $\varphi(t_1, \dots, t_N)$ σ,μ,t

$$F(t,\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int\limits_{-\infty}^{t} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt = \Phi_1\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right) = p$$

$$\varphi_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{t} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$, p'=φ(p)

В качестве преобразования рассмотрим функцию $\Phi^{-1}(p)$, обратную функции φ_1

$p' = \varphi(p) = \Phi^{-1}(p) = \Phi^{-1}\left[\Phi_1\left(\dfrac{t-\mu}{\sigma}\right)\right] = \dfrac{t-\mu}{\sigma}$ →p'

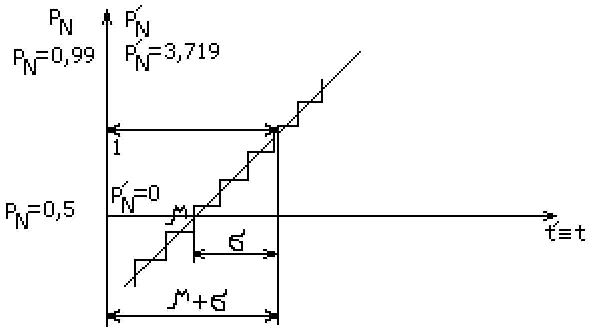
p'– квантиль уровня p

$\Psi(\mu,\sigma) = \dfrac{1}{\sigma}$ $\chi(\mu,\sigma) = -\dfrac{\mu}{\sigma}$ t'=t

Решаем: 1 По результатам эксперимента находим статистическую функцию распределения нормального распределения.

2 По таблицам квантилей находим квантиль $P_N = F_N(t) = \dfrac{K}{N} = P_K$

$p' = \dfrac{t-\mu}{\sigma}$ $\begin{cases} t = \mu \\ p' = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} p' = 1 \\ t = \mu + \sigma \end{cases}$



Метод максимального правдоподобия

Состоит в том, что в качестве точечной оценки (в качестве векторного параметра распределения) используется такое значение параметра $\hat{\alpha}$, при котором функция правдоподобия достигает своего максимума.

$f(\cdot) \equiv q(t,\alpha)$

$L(t_1 ... t_N, \alpha) = \prod_{i=1}^{N} f(t_i \alpha)$

Функция правдоподобия:

Совместная плотность вероятности независимых измерений, каждая из которых имеет плотность вероятности p. Если СВ дискретная система и принимает значения $z_1, z_2 ... z_k$ с соответствующими вероятностями:

$p_1(\alpha) p_2(\alpha) p_k(\alpha), n$

$\sum_k p_k(\alpha) = 1$

то функция правдоподобия $L(t_1 ... t_N, \alpha) = \prod_{i=1}^{N} P_{ki}(\alpha)$, где индексы у вероятностей показывают, что наблюдались значения $z_{k1}, z_{k2}, ... z_{kN}$. Так как L и lnL достигают своего экстремума при одном и том же значении α, то эти критические значения α определяются из следующего уравнения правдоподобия.

$\dfrac{\partial \ln L(\cdot)}{\partial \alpha} = 0$

Пример:

Пусть известен вариационный ряд $t_1 \dots t_N$ независимых измерений СВτ из совокупности с плотностью вероятности q(t,μ,σ).

Составляем функцию правдоподобия:

$$L(\cdot) = \prod_{i=1}^{N} q(t_i, \mu, \sigma) = \prod_{i=1}^{N} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t_i-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Решить для экспоненц.

$$L = \frac{1}{\sigma^N (2\pi)^N} e^{-\frac{\sum_{i=1}^{N} (t_i-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\ln L = -\frac{N}{2}\ln(2\pi) - \frac{N}{2}\ln\sigma^2 - \sum_{i=1}^{N}\frac{(t_i-\mu)^2}{2\sigma^2}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^{N}\frac{(t_i-\mu)}{\sigma^2} = 0 \to \hat{\mu} = \sum_{i=1}^{N}\frac{t_i}{N}$$ – статистическое среднее

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} = -\frac{N}{2\sigma} + \frac{1}{2(\sigma^2)^2}\sum_{i=1}^{N}(t_i-\mu)^2 = 0$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(t_i-\mu)^2$$

Полученная оценка является смещенной.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(t_i-\hat{\mu})^2$$ – несмещенная

Метод моментов состоит в том , что моменты распределения зависящих от неизвестных параметров приравниваются к эмпирическим моментам (нач. центр). Взяв число моментов = числу неизвестных параметров и взяв соответствующие уравнения мы получим ур-я для распределения оценок. Чаще всего используется выборочное среднее: $\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} t_i}{N}$ и выборочная дисперсия:

$$(t-\bar{t})^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(t_i-\bar{t})^2$$

Пример: $q(\eta,t) = \frac{1}{\eta}e^{-\eta t}$

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^{N}}{N} = \int_{-\infty}^{\infty} t\eta e^{-\eta t}dt = \frac{1}{\eta} = T$$

$$T = \frac{1}{\eta} = \frac{\sum_{i=1}^{N} t_i}{N} \to \hat{\eta}$$

Метод квантилей заключается в том, что квантиль теоретического распределения = к эмпирич. квантили. Если α – вектор, то соотв-ее рав-во используется для нескольких квантилей.

Пусть есть план испытаний [N,Б,r]

$$F_N(t_{l_i}) = \frac{l_i}{N} = q_i \qquad t_{l_i}$$

t_{l_i} – эмпирический квантиль уровня q_i , l_i

t_l , t_r – моменты появления l-го и r-го числа отказов – известны приближенно.

Тогда приближенные оценки получаются:

$$\begin{cases} F\left(t_l,\hat{\alpha},\hat{\beta}\right) = \frac{l}{N} \\ F\left(t_r,\hat{\alpha},\hat{\beta}\right) = \frac{r}{N} \end{cases} \Rightarrow \hat{\alpha},\hat{\beta}$$

обычно $l = \frac{r}{2}$

Пример:

Пусть $F(t_r,\eta) = 1 - e^{-\hat{\eta}t_r} = \frac{r}{N}$

$$\hat{\eta} = -\frac{\ln(1-\frac{r}{N})}{t_r}$$

Распределение Вейбулла

$$F(t,\alpha,\eta_0) = 1 - e^{-\eta_0 t^{\alpha}}$$

$$\begin{cases} 1 - e^{-\hat{\eta}_0 t_l} = \dfrac{l}{N} \\ 1 - e^{-\hat{\eta}_0 t_r^{\hat{\alpha}}} = \dfrac{r}{N} \end{cases} \qquad (\hat{\eta}_0, \hat{\alpha})$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\ln\ln\frac{N}{N-r} - \ln\ln\frac{N}{N-l}}{\ln t_r - \ln t_r}$$

Интервальные оценки

Точечные оценки параметров известного распределения является СВ. Может оказаться, что при проведении испытаний отказы вообще не появляются или в небольшом количестве. В результате величины точечных оценок резко меняются.

Фишер предположил вместо 1-ой функции $\theta(t_1...t_N)$, которая принимается за оценку параметра $\hat{\theta}$ искать две функции $\theta_{ниж}(t_1...t_N)$ и $\theta_{верн}(t_1...t_N)$ от результатов испытаний, но не от самого параметра для которых вероятность покрытия неизвес. парам. θ отрезка $[\theta_н \theta_в]$= заданной величины α , а именно α=Φ ($\theta_н<\theta<\theta_в$).

Вероятность α – называется доверительной

$\theta_н \theta_в$ – доверительные границы, а

$[\theta_н \theta_в]$ – доверительный интервал

Часто вместо 2-х доверительных границ достаточно установить 1 из границ интервала. $\theta_н$ или $\theta_в$ отвечающих соответственно доверит. вероятн. α_1 и α_1 $\alpha_1 = P(\theta \geq \theta_н)$

$\alpha_2 = P(\theta \leq \theta_в)$

Величина β=1-α вероятность того, что значение θ выйдет из интервала $[\theta_н ; \theta_в]$

β=1-α уровень значимости

Наиболее часто доверительную вероятность приним:

α=0,9 ; 0,95 ; 0,99

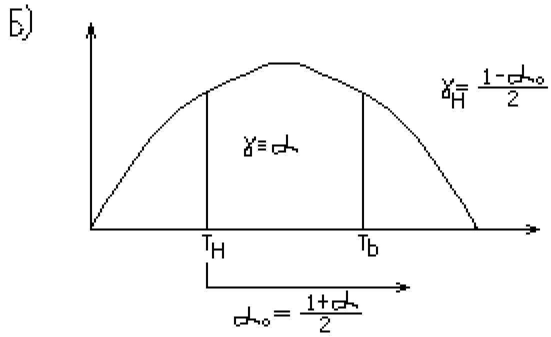
Значение доверительного интервала получает на основании информации о законе распределения времени отказа. В само общем случае определение доверительного интервала можно представить следующим образом.

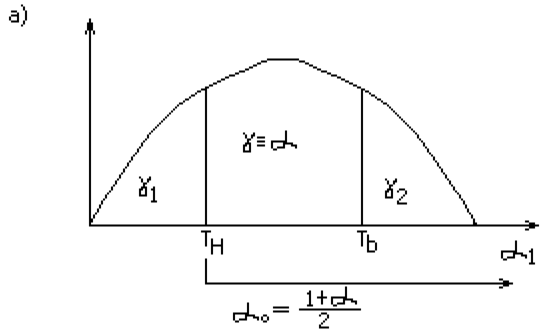
Пусть имеется произвольный закон распределения СВ до отказа.

t – время до появления отказа

$[T_н T_в]$ – доверит. интервал для этого времени

Принимаем, что доверительный интервал вписывается в середину площади ограниченной кривой распределения.





Численные значения $T_н T_в$ зависят от α и от вида f(t) плотности распределения. Из рис. видно, что $\alpha_1+\alpha_2-\alpha=1$

Положение T_H на оси t определяется вероятностью α_1 .

Именно, $\alpha_1 = P(t \geq T_H) = \int\limits_{T_H}^{\infty} f(t)dt$

Положение $T_в$ определяется α_2 , где $\alpha_2 = P(t \leq T_в) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)dt = 1 - \int\limits_{T_в}^{\infty} f(t)dt$, $\gamma_1 = \gamma_2 = \dfrac{1-\alpha}{2}$

$$\alpha_1 = \alpha + \gamma_2 = \alpha + \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1+\alpha}{2}$$

$$\alpha_2 = \alpha + \gamma_2 = \alpha - \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-\alpha}{2}.$$

Т.о. мы видим, что если нам известно α, то мы найдем α_1 и α_2 , а зная их можно найти T_H и T_b.

В книге Гнеденко, Беляев, Соловьев “Математические методы теории надежности” имеются таблицы для различных законов распределения. Чаще всего доверительные интервалы находят при решении следующих 2-х задач.

1. Определение доверительных интервалов для средней наработки (среднее время безотказной работы Т) на отказ, по зафиксированным временам возникновения отказа.
2. Определение доверительного интервала для вероятности отсутствия отказа в 1-ом испытании по числу отказавших изделий.

Рассмотрим последовательно решение этих задач:

I Определение доверительного интервала для средних нарабатываний на отказ.

При решении этой задачи используется то обстоятельство, что отношение удвоенного значения ∑ наработок на отказ к среднему времени безотказной работы, имеет распределение χ^2 (если СВ время отказа подчиняется экспоненциальному закону).

Напомним, что такое χ^2

Если СВ отказа t_i распределение по нормальному закону с МО=0 и $\sigma^2(t_0) = 1$, то

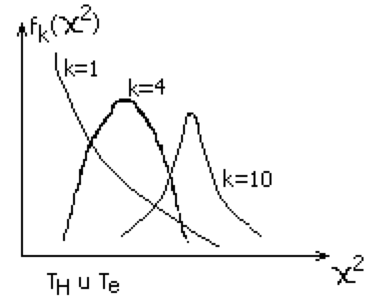
$\chi^2 = \sum\limits_{i=1}^{K} t_i^2$, также будет СВ плотностью вероятности

$$f_k(\chi^2) = \frac{(\chi^2)^{\frac{k-2}{2}} e^{-\frac{\chi^2}{2}}}{2^{\frac{f}{2}} r\left(\frac{k}{2}\right)}, \text{ где}$$

$$r\left(\frac{k}{2}\right) = \int\limits_0^{\infty} t^{\frac{k}{2}-1} e^{-t} dt$$

k – число степеней свободы

график этой функции зависит от k

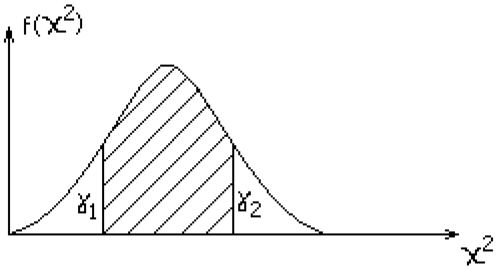


Свойства распределения χ^2
$M(\chi^2)=k$ $\sigma^2(\chi^2)=2k$

$\chi^2 = \frac{2t_0}{T}$ это обстоятельство получает возможность определить T_H и T_e

Используя понятие квантиля

$P(\chi^2 < \chi^2_{pk}) = \int\limits_{-\infty}^{\chi pk} f(\chi^2)d\chi^2 = p = F\left(\chi^2_{pk}\right)$ – квантиль уровня p распределения χ^2



$P\left(\chi^2 > \chi^2_{pk}\right) = \gamma_2 = 1 - p$

Обозначим k – число отказов изделия
α – доверительная вероятность
t_p – сумма наработок на отказ, тогда доверительный интервал определяется следующим образом:
$T_H<T<T_B$

$$T_H = \frac{2t_p}{\chi^2_{в}\left(k_{H1}, \gamma_k\right)}$$ $K_H=2n+2$

$$\gamma_н = \gamma_2 = \frac{1-\alpha}{2} = p\ \left\{\chi^2 > \chi^2_в\right\}$$

$$T_B = \frac{2t_p}{\chi^2_H\left(k_{B1}, \gamma_B\right)}$$ $K_B=2n$

$$\gamma_B = \gamma_2 = \frac{1+\alpha}{2} = p\ \left\{\chi^2 > \chi^2_H\right\}$$

Среднее значение времени без работы

$$T_{ср} = \frac{2t_p}{\chi^2_{ср}\left(k = 2n+2, \gamma = 0,5\right)}$$ $\gamma = \alpha$

$$T_H = \frac{2t_p}{\chi^2_B\left(k = 2, \gamma = 1-\alpha\right)}$$ при n=0

Далее рассмотрим пример:
Испыт. По плану [N,Б,N]   N=21
Довер. инт. $[T_H,T_B]$, $T_{ср}$

t, час	100	200	300	400	500	600	700	800
n_c	6	5	3	3	1	1	1	1

T_p=6*100+5*200+3*300+3*400+1*500+1*600+1*700+1*800=6300 ч.
α=0,8
k_H=2*21+2=44 k_B=2*21=42

$$\gamma_H = \frac{1-0,8}{2} = 0,1 \qquad \gamma_B = \frac{1+0,8}{2} = 0,9$$

γ – вероятность того, что χ^2 принимает значение большее, чем указанное в таблице

k	0,99	0,95	…	0,05
1 . . . 50				

Используя таблицу находим: $\chi_B^2(44;0,1) = 56,4$

$\chi_H^2(42;0,9) = 30,8$

$\chi_{cp}^2(44;0,5) = 43,3$

$\chi_в^2(2;0,2) = 3,22$

$$T_H = \frac{2\cdot 6300}{56,4} = 224\,ч. \qquad T_и = \frac{12600}{3,22} = 4000\,ч.$$

$$T_в = \frac{2\cdot 6300}{30,8} = 406\,ч. \qquad T_{cp} = \frac{2\cdot 6300}{43,3} = 291\,ч.$$

II Определение доверительного интервала для вероятности отсутствия отказа в 1 испытании по числу обнаруженных отказов.
При решении этой задачи используется биноминальный закон распределения. Он определяет вероятность появления числа “n” случ. соб. А в N – независим. испытаний.
p – вероятность появления соб. А в 1 испытании
(1-p) – вероятность не появления

$$P_{N,n} = C_N^n p^n (1-p)^{N-n} \qquad C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!} \qquad 0!=1,\ 1!=1$$

Биноминальное распределение приближено к нормальному с МО

$$\begin{cases} T = \dfrac{n}{N} \\ \sigma^2 = \dfrac{p(1-p)}{N} \end{cases} \quad \text{при } N\to\infty$$

M[n]=Np $\sigma[n] = \sqrt{N_p(1-p)}$

N – об. прор.
α – доверительный интервал β=1-α – ур. значим.
Искомый доверительный интервал определяется из следующих уравнений, определяющих вероятность того, что число отказов будет не меньше n.

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=0}^{n-1} C_n P_в (1-P_в) = P(P \ge P_в) = \dfrac{1-\alpha}{2} \equiv \gamma_H = \gamma_2 \\ \sum\limits_{i=0}^{n} C_n^i P_H^{N-i} (1-P_H)^i = P(P \ge P_H) = \dfrac{1+\alpha}{2} \equiv \gamma_в = \alpha_1 \end{cases}$$

<table>
<tr><td colspan="3">n=0</td><td colspan="2">n=4</td><td colspan="2">n=10</td></tr>
<tr><td>γ=0,8</td><td>γ =0,9</td><td>γ =0,95</td><td>γ =0,8</td><td>γ =0,9</td><td>γ =0,8</td><td>γ =0,95</td></tr>
</table>

$Р_Н$	$Р_Н$	$Р_Н$	$Р_Н$		$Р_Н$	$Р_В$	$Р_Н$	$Р_В$	$Р_Н$	$Р_В$

Пример:
1) Определить доверительный интервал $\alpha=0{,}95$
$N=20$, $n=4$ – отказало
$Р_Н=0{,}5990$
$Р_В=0{,}9286$

2) При испытании $N=1500$ команд профиль за заказан. Вр. без искажений $n=0$, определить вероятность прохождения команд без искажений с доверительной вероятностью $\alpha=0{,}9$
$Р_Н=0{,}9984$
3) По линии связи передается N команд n – не доходит до исполнителя за заданное время. Определить доверительный интервал прохождения команд за заданное время с доверительной вероятностью.

Контрольные испытания.

Контроль надежности имеет своей целью проверить гипотезу о том, что надежность изделий не ниже установленного уровня. Конечный результат состоит в принятии решения:
1) Принять партию, считая надежность удовлетворительной.
2) Забраковать партию как ненадежную. Испытания проводятся над выборкой n – изделий из партии N. При этом возможны ошибки двух типов: а) ошибка 1 рода, когда бракуется хорошая партия, вероятность этой ошибки называется риском поставщика и обозначается α .
б) Ошибка второго рода, когда принимается плохая партия, вероятность этой ошибки называется риском заказчика и обозначается – β.
Существует 3 основных метода контроля:
1) Метод однократной выборки (одиночный контроль)
2) Метод двукратной выборки (двойной контроль.)
3) Метод последовательного контроля.
Каждый из этих методов имеет свои недостатки и м.б. оптимальным в том или ином случае.
1 метод легче осуществляется, но менее экономичен, т.к. требует относительно большого объема контроля, особенно для партий с высокой или низкой надежностью.
2 метод более экономичен, но его преимущества проявляются при контроле больших партий с очень низкой или очень высокой надежностью.
При промежуточной надежности выигрыша в потребном объеме выборки нет. Расчеты более сложны. Кроме того увеличивается t контроля. Метод применяется редко.
3 метод – самый экономичный. Средний объем выборки составляет 50-65 % объема выборки при одиночном контроле для партии с высокой надежностью. Недостаток этого метода заключается в большом времени контроля, чем в предыдущих способах контроля. Этот недостаток можно нейтрализовать рациональной организацией испытаний. На практике испытывается одиночный и последовательный контроль.

Контроль по методу однократной выборки (одиночный контроль)

N – объем партии
n – объем выборки
α – риск поставщика
β – риск заказчика
определяется понятие хорошая и плохая партии
$Д_0$ – дефект изделия – хорошая   (партии)
$Д_1$ – дефект изделия – плохая   (партии)

$q_0 = \dfrac{Д_0}{N}$ – высокий $q_1 = \dfrac{Д_1}{N}$ – низкий уровень надежности.

d_n – количество дефектных изделий в выборке "n"

Если контролируется число дефектных изделий (вероятность отказа), то при

$d(n) \le A_0 \rightarrow$ прием

$d(n) \le A_1 \rightarrow$ брак

A_0, A_1 – оценочные нормативы

При определении оценочных нормативов м.б. применен метод экспертных оценок.

Кроме того используются различные законы распределения.

Рассмотрим один:

Если объем выборки n>(0,1–0,25)N,то применяется гипергеометрическое распределение, которое определяет вероятность некоторого числа k отказов выборки n из партии объемом N в котором имеется M дефектных изделий.

$$P_{n,k} = \frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$$

$$C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!} \qquad 0!=1 \text{ , } 1!=1$$

Запишем уравнения на основе которых определяется $A_0 A_1$ обозначим α'≠α ; β'≠β – близки к заданным.

Тогда для определения оценочных нормативов используется:

$$\alpha' = 1 - p(d \le A_0) = 1 - \sum_{d=0}^{A_0} \frac{C_{Д_0}^d \cdot C_{N-Д_0}^{n-d}}{C_N^n} \qquad (1)$$

$$\beta' = \sum_{d=0}^{A_1-1} \frac{C_{Д_1}^d \cdot C_{N-Д_1}^{n-d}}{C_N^n} = P(d \le A_1 - 1) \qquad (2)$$

Двойной контроль

Производится выборка n_1, если

$d(n_1) \le A_0$ – прием

$d(n_1) > A_1 > A_0$ – брак

$A_0 < d(n_1) \le A_1$, то берется вторая выборка n_2

$$\begin{cases} d(n_1 + n_2) \le A_2 \\ d(n_1 + n_2) > A_2 \end{cases}, \qquad d(n_1 + n_2) \le A_2 \text{ – приём,} \qquad d(n_1 + n_2) > A_2 \text{ – брак}$$

$A_2 = A_1$ – усеченная двукратная выборка

Последовательный контроль

– не предусматривает предварительного объема выборки, информация о надежности накапливается при последовательном возрастании объема испытаний, позволяющие заканчивать их в зависимости от получаемых результатов.

q_0 и q_1 ; α и β – заданы

На каждом этапе с объемом $m = n_1 + n_2 + \ldots + n_m$ определяется отношение правдоподобия γ_m и сравнивается с оценочными нормативами A, B.

$$\gamma_m = \frac{L(m_1 Д_1)}{L(m_1 Д_0)} = \frac{\prod_{i=1}^{m} f(t_i Д_1)}{\prod_{i=1}^{m} f(t_i Д_0)}, \qquad f \text{ – плотность вероятности}$$

$\gamma_m \le B$ – прием $\qquad B < \gamma_m < A$ – пр

$\gamma_m \geq A$ – брак

Теория статистического оценивания :

$$A = \frac{1-\alpha}{\beta} \qquad B = \frac{\beta}{1-\alpha}$$

Возможны 2 способа контроля:

– контроль числа дефектных изделий

– контроль по суммарной наработке

Рассмотрим :

1) контроль числа дефектных изделий

если N≤150 – гипергеометрическое распределение

если N>150 – f – биномиальное распределение

$$\gamma_m = \frac{L(Д_1 m)}{L(Д_0 m)} = \frac{C_{Д1}^{d_m} C_{N-Д1}^{m-d_m}}{C_{Д0}^{d_m} C_{N-Д01}^{m-d_m}}$$

$$\gamma_m = \frac{C}{C_m}\left(1-\frac{m}{N}\right)^r \qquad r=Д_1-Д_0 \qquad C = C_{Д1}^{Д0} \tag{3}$$

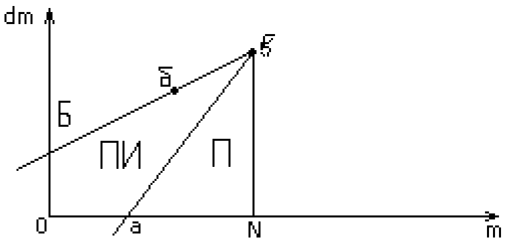
$$C_{m_i} = C_{Д1}^{Д0-d_m} - d_m$$

Для определения числа d_m можно посчитать приемочные $m_р$ и браковочные $m_{бр}$. Для этого в формуле (3) полагаем вместо γ_m (B).

$$m_{пр} \geq N\left[1-\left(\frac{C_m B}{C}\right)^{\frac{1}{r}}\right] \tag{4}$$

$$m_{бр} \leq N\left[1-\left(\frac{C_m B}{C}\right)^{\frac{1}{r}}\right] \tag{5}$$

На следующем рисунке представлен график контроля, построенный по точкам



а) $d_m \quad m_0 = N\left(1-B^{\frac{1}{r}}\right)$

б) $d_m=Д_0 \quad m = N\left(1-\frac{A}{C}\right)^{\frac{1}{r}}$

в) $d_m = \frac{1}{2}(Д_0 + Д_1) \qquad$ m=N

Задача

N=100 $\quad q_0=0,05 \quad q_1=0,1 \quad \alpha=\beta=0,1$

$d_m=0,1…5$

построить график $\begin{cases} d_m = 4 \\ m = 25 \end{cases}$ $\quad m_{пр}$, $m_{бр}$ – ?

Используем f – биномиальное распределение

1) определим число дефектных изделий $Д_0$=100*0,05=5 , $Д_1$=100*0,1=10

2) $A = \dfrac{1-\beta}{\alpha} = \dfrac{1-0,1}{0,1} = 9$

$$B = \frac{\beta}{1-\alpha} = \frac{0,1}{1-0,1} = 0,11$$

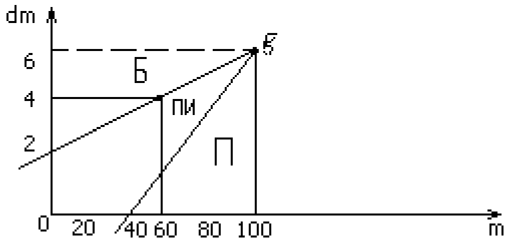
3) $\gamma_m = \dfrac{c}{c_m}\left(1 - \dfrac{m}{N}\right)^r$

$r = Д_1 - Д_0 = 10 - 5 = 5$, $\qquad C = C_{Д_1}^{Д_0} = C_{10}^{5} = 252$

$$C = C_{Д_1 - d_m}^{Д_0 - d_m} = C_{10-4}^{5-4} = C_6^{'} = 6$$

$$\gamma_m = \frac{252}{6}\left(1 - \frac{25}{100}\right)^5 = 10$$

$\gamma_m = 10 > A = 9$ партия бракуется



$$\frac{1}{2}(5+10) = 7,5$$

$$m_0 = 100\left(1 - 0,11^{\frac{1}{5}}\right) \approx 36$$

2) контроль по суммарной наработке
время до отказа
t_Σ – суммарная наработка
d_m – число дефектных изделий
Если $t_\Sigma \geq h_1 + d_m S$ (6) прием
$t_\Sigma \leq h_2 + d_m S$ (7) брак

$$h_1 = -2,303\frac{\lg B}{\eta_1 - \eta_0} \qquad h_1 = -2,303\frac{\lg A}{\eta_1 - \eta_0}$$

$$S = 2,303\frac{\lg \eta_1 / \eta_0}{\eta_1 - \eta_0}$$

$h_2 + d_m S < t_\Sigma < h_2 + d_m S$ – ПИ

При последовательных испытаниях не восстанавливаемых изделий на каждом этапом

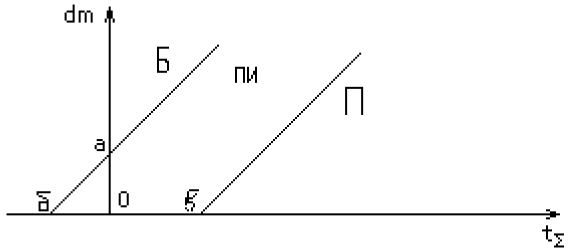
$$t_\Sigma = \sum_{i=1}^{d_m} t_i$$

t_i – наработка на отказ i-го изделия.

При одновременных испытаниях невосстанавливаемых изделий N на каждом этапе испытаний, отмеченным времени

$$t_\Sigma = \sum_{i=1}^{d_m} t_i + (N - d_m)t_*$$

Если на испытании нах-ся N – восстан-ых изделий замена которых осуществляется мгновенно, то на каждом этапе испытании:



$$t_{\sum} = Nt^*$$

а) $d_m = -\frac{h_2}{S}$ $\qquad t_{\Sigma}=0$

б) $d_m = 0$ $\qquad t_{\Sigma}=-h_1$

в) $d_m = 0$ $\qquad t_{\Sigma}=h_1$

Аналитические методы расчета надежности изделий.
Сложное изделие – система, а ее составляющий – элементы.
Если система выполняет несколько функций – функциональная надежность.
Аппаратурная надежность – от технических составляющих аппаратуры.
Для расчета надежности необходимо иметь модель надежности системы, которая составляется на основании принципиальной или функциональной схемы системы.

В качестве моделей при расчете надежности применяют:1) логические схемы надежности.
2) схемы состоянии (графы переходов)
3) ветвящиеся структуры
Последовательность расчета надежности представлена следующей блок-схемой:

Прежде всего необходимо: сформировать задание на расчет надежности. В нем должно быть указаны : 1) назначение системы, её состав и основные сведения о функционировании
2) показатели надежности и признаки отказа, целевое назначение расчета
3) условия в которых работает (или будет работать система), требования к точности и достоверности расчетов к полноте учета действующих факторов. На основании изученного задания делается вывод о характере предстоящих расчетов. В случае расчета функционал надежности осуществляется переходом с этапами 4-5-7. В случае аппарат 3-6-7. Под структурной схемой надежности (моделью) понимается наглядное представление графически или в виде логических уравнений, условий безотказной работы системы.

При составлении структурной схемы системы предполагается, что отказы элементов независимы. Элементы и системы могут находиться в состояниях двух типов: работоспособных и неработоспособных.

Оценивается влияние отказа каждого элемента на работоспособность системы. При составлении структурной схемы функциональной связи между элементами заменяются логическими, характеризующими безотказную работу системы в зависимости от неисправности элементов. Элемент, при отказе которого отказывает вся система на структурную сходимость надежности соединяется последовательно с остальной частью системы. Если такие элементы все, то работоспособность каждого элемента определяет безотказную работу системы, а отказ наступает тогда, когда откажет хотя бы 1.

Если отказ системы наступает при совместном отказе всех элементов, то эти элементы образуют на структурной схеме параллельное соединение, т.е. безотказная работа системы при параллельном соединении имеет место при сохранении работоспособности хотя бы 1-м элементом. Показатели надежности при параллельно соединенных на структуре их элементов рассчитывается по формулам, соответствующим определенному виду резервирования.

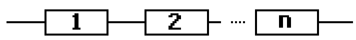
Простейшей формой структурной схемы является параллельно-последовательная структура. Расчет надежности при наличии таких структур отличается наибольшей простотой и наглядностью. Иногда структура приобретает громоздкий сложный вид, в таких случаях используют либо логические функции либо графики переходов и ветвящиеся структуры, по которым составляются системы уравнений работоспособности.

На основе структурной схемы надежности составляется набор расчетных формул. Однако прежде чем применять эти формулы, необходимо предварительно внимательно изучить их существо, природу и области использования.

Расчет надежности основанной на использовании параллельно-последовательных структур.

Параллельно последовательная структура дает представление о связи надежности системы и надежности элементов системы.

1) основное соединение элементов



$P_i(t)$ i=1…n

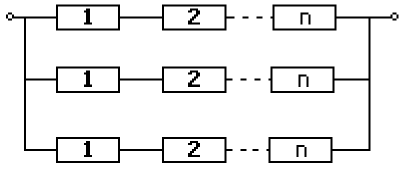
$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t)$$

$$Q_c(t) = 1 - P_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P_i(t)$$

$$P_i(t) = e^{-\eta_i t}$$

$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\eta_i t} = e^{-\text{л} t}$ $\quad \text{л} = \sum_{i=1}^{n} \eta$ – интенсивность отказов всей системы.

2) общее резервирование при постоянном включении резерва



$Q_i(t)$ j=1…m+1

Вероятность отказа основной или любой резервной системы

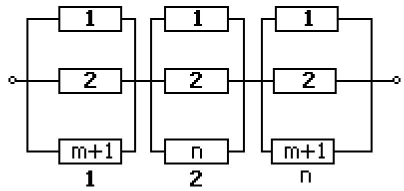
m- плотность резервирования

Q_c– вероятность отказа всей системы

$$Q_c(t) = \prod_{j=1}^{m+1} Q_j(t) = Q_j^{m+1}(t)$$

$$P_c(t) = 1 - Q_c(t) = 1 - Q_j^{m+1}(t) P_i(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_i(t)\right]^{m+1}$$ – всей цепочки   i=1…n

3) раздельное резервирование при постоянном включении резерва.



j=1…n – число последовательно соединенных подсистем

$\overline{Q}_j(t)$ – вероятность отказа j- подсистемы   i=1…m+1

$P_i(t)$ – функция надежности 1-го элемента j-ой подсистемы

Тогда: функция надежности j-ой подсистемы

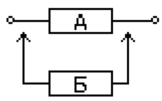
$$P_i(t) = 1 - \overline{Q}_j(t)$$

$$\overline{Q}_j = \left[1 - P_i(t)\right]^{m+1}$$

$$P_c(t) = \prod_{j=1}^{n} P_j(t)$$

4) резервирование с замещением

рассмотрим резервную группу системы, состоящую из основных и резервных элементов.



А – осн.

Б – ред.

Для вывода формулы примем следующие допущения:

1) время замещения=0 и переключающее устройство абсолютно надежно.

2) Все резервные изделия обладают одинаковой надежностью. При указанных допущениях отказ резервной группы в момент времени t будет отсутствовать при выполнении следующих 2-х гипотез:

1. изделие А в течении времени 0…t не отказало
2. изделие А отказало τ<t. Изделие B продолжает работу в интервале t…τ

Используем формулу полной вероятности

Д – событие, заключающееся в том, что резервная группа исправна в момент времени t.

$$P(Д) = \sum_{i=1}^{2} P(H_i) P(Д/H_i)$$ i=1…2

Функция надежности резервируемой системы:

$P(Д) = P_c(t)$

$P(H_1) = P_A(t)$ $P(H_2) = P_{Б/А}(t,\tau)$ – вероятность исправной работы Б в интервале t-τ, при условии, что изделие А отказало в случайный момент времени τ<t.

$P(Д/H_i) = 1$ $P_c(t) = P_A(t) + P_{Б/А}$ (t,τ)

q(t) – плотность вероятности отказа изделия А

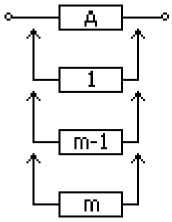
q(t)dt

$$P_{Б/А}(t,\tau)=\int_0^t P_Б(t,\tau)q(\tau)d\tau$$

$P_Б(t,\tau)$ – вероятность безотказной работы Б в интервале t-τ при условии, что до момента τ оно было исправно.

$$P_c(t)=P_A(t)+\int_0^t P_Б(t,\tau)q(\tau)d\tau$$

Распространим теорию на систему кратностью m



Кратность резервирования m
m+1 – число всех изделий
Запишем формулу следующим образом

$$P_{m+1}(t)=P_m(t)+\int_0^t P(t,\tau)d\tau \qquad (1)$$

$P_{m+1}(t)$ – функция надежности системы содержащей m+1 элемента
P(t,τ) – вероятность безотказной работы одного резервного элемента в интервале (t-τ) при условии, что до этого момента он был исправен.
$q_m(t)$ – плотность вероятности отказа системы с кратностью резервирования m-1
формулу (1) напишем иначе:

$$Q_{m+1}(t)=1-P_{m+1}(t)$$
$$P_m(t)=1-Q_m(t)$$
$$P(t,\tau)=1-Q(t,\tau)$$
$$Q_{m+1}(t)=\int_0^t Q(t,\tau)q_m(\tau)d\tau \qquad \int_0^\tau q_m(\tau)d\tau=Q_m(\tau)$$

Рассмотрим различные случаи нагружения резерва
а) нагруженный или горячий резерв (резервное изделие находится в одном и том же режиме во время ожидания и после включения в работу) => Q(t,τ)=Q(t)

$$Q_{m+1}(t)=Q(t)\underbrace{\int_0^t q_m(\tau)d\tau}_{Q_m(t)} \qquad (2)$$

$$Q_{m+1}(t)=Q(t)Q_m(t)=\prod_{i=1}^{m+1}Q_i(t)$$

При горячем резервировании
$Q_i(t)$ – вероятность отказа
б) холодное резервирование
(пребывание резервных элементов не изменяет их надежности в рабочем состоянии вероятность отказа во время ожидания равна 0)

$Q(t,\tau)=Q(t-\tau)$ т.е.

$$P(t,\tau)=P(t-\tau)$$

$$P_{m+1}(t)=P_m(t)+\int_0^t P(t-\tau)q_m(\tau)d\tau$$

$$Q_{m+1}(t)=\int_0^t Q(t-\tau)q_m(\tau)d\tau \qquad (2')$$

$$Q_{m+1}(t) = \int_0^t Q_m(t-\tau)q(\tau)d\tau \qquad (2'')$$

в) теплый резерв (изделие может отказать но с вероятностью меньшей чем вероятность отказа рабочего изделия) P(t,τ) – вероятность безотказной работы одного изделия.

$P(t,\tau) = P_0(\tau)P_1(t-\tau)$

$P_0(\tau)$ – вероятность безотказной работы одного изделия до момента τ

$P_1(t-\tau)$ – вероятность безотказной работы одного изделия после того как второе изделие займет в интервале (t-τ)

Используя формулу (2)

$Q(t,\tau) = 1 - P(t,\tau)$

$$Q_{m+1}(t) = \int_0^t \left[1 - P_0(\tau)P_1(t-\tau)q_m(\tau)\right]$$

Таким образом, рассмотрим расчет надежности для трех случаев.

Скользящее резервирование.

(с дробной вид замещения когда имеется группа одинаковых и какое-то кол-во резервных. Переключающее устройство отыскивает неисправный подключает резервный.)

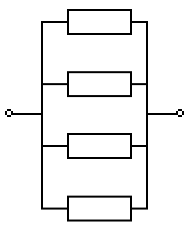
M – число резервных элементов.

N – число основных элементов

$m = \frac{M}{N}$ всего M+N элементов

Выведем формулу для расчета резерва

Нагруженный резерв.



Скользящее – вид замещения резервом

P(t) – функция надежности любого основного или резервного элемента (все элементы одинаковы)

Д – событие заключающееся в том, что система исправна.

Очевидно, что система не откажет за время t если за это время произойдет не более M отказов основных или резервных элементов.

Система откажет когда будет M+1 элементов. Тогда $P(Д) = \sum_{i=0}^{M} P(H_i)P(Д/H_i)$

H_i – гипотеза, заключающаяся в том, что произойдет ровно i отказов любых элементов.

$P(Д/H_i) = 1$

$P(Д) = P_i(t)$

Осталось найти вероятность гипотезы, что откажет ровно i элементов.

Найдём вероятность гипотезы используя биноминальный закон распределения.

$P(H_i) = C_{M+N}\rho(t)Q(t)$

если M=1, N=2 то эта формула дает след. Зависимость

$P_c(t)=3P^2-2P^3$ – эта формула для скользящего резервирования, когда й резервный и 2 основных.

Примеры решения задач на резервирование замещением.

Пример 1.

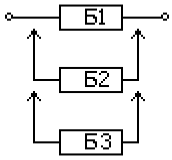
Телеизмерительная система состоит из блока $Б_1$ и $Б_2$,$Б_3$ в холодном резерве. При выходе из строя $Б_1$ включается $Б_2$, при выходе из строя $Б_2$ включается $Б_3$.

λ_1 – интенсивность отказов $Б_1$

в рабочем состоянии $Б_2 - \lambda_2$ в рабочем состоянии когда вступят в работу $Б_3 - \lambda_3$

Телеизм. Система состоит из трех блоков

2 блока в холодном резерве



$Б_2, Б_3$ – в хол. р- ве

$$P_{m+1}(t) = P_m(t) + \int_0^t P(t-\tau) q_m(\tau) d\tau$$

$P_{1c}(t) = e^{-\lambda t}$ – функция

$q_{1c}(t) = -P'_{1c}(t) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 t}$ – плотность вероятности отказа $Б_1$

функция надежности системы $Б_1$+$Б_2$

$$P_{2c}(t) = P_{1c}(t) + \int_0^t P_{Б2}(t-\tau) q_{1c}(\tau) d\tau = e^{-\lambda_1 t} + \int_0^t e^{-\lambda_2 (t-\tau)} \lambda_1 e^{-\lambda_1 \tau} d\tau = e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1 \left(e^{-\lambda t} - e^{-\lambda t}\right)}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

плотность вероятности отказа $Б_1$+$Б_2$

$$q_{2c} = -P'_{2c}(t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

функция надежности $Б_1$ и $Б_2$+$Б_3$

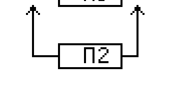
$$P_{3c}(t) = P_{2c}(t) + \int_0^t P_{Б3}(t-\tau) q_{2c}(\tau) d\tau = P_{2c}(t) + \int_0^t e^{-\lambda_3 (t-\tau)} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 \tau} - e^{-\lambda_2 \tau}\right) d\tau$$

беря интеграл получаем:

$$e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_3 t}\right) + \frac{\lambda_1 \lambda_2 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_3 t})}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)}(e^{-\lambda_3 t} - e^{-\lambda_3 t})$$

Пример № 2

В радиопередающем блоке используется резервный передатчик работающий до отказа основного в облегченном режиме (теплое резервирование)



$$P_{2c}(t) = P_{1c}(t) + \int_0^t P_0(t) P_1(t-\tau) q_{1c}(\tau) d\tau$$

$P_{1c}(t) = e^{-\lambda_1 t}$ $\qquad P_2(\tau) = e^{-\lambda_2 \tau}$

$q_{1c}(t) = -P'_{1c}(t) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 t}$ $\qquad P_1(t) = e^{-\lambda_1 (t-\tau)}$

$$P_{2c}(t) = e^{-\lambda_1 t} + \int_0^t e^{-\lambda_2 \tau} e^{-\lambda_1 (t-\tau)} \lambda_1 e^{-\lambda_1 \tau} d\tau$$

$$P_{2c}(t) = e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} e^{\lambda_1 \tau} (e^{-\lambda_2 t} - t)$$

Среднее время: нужно взять это интеграл от 0 до ∞ по t.

Логические основы расчета надежности.

Логические связи: 3 основных логических операции:

1. конъюнкция
2. дизъюнкция
3. отрицание

Обозначим простые высказывания буквами x_1, x_2

1) конъюнкция

$$y = x_1 и x_2 = x_1 \wedge x_2 = x_1 x_2 = \begin{cases} 1\_если\_x_1 = x_2 = 1 \\ 0\_в\_остальных\_случаях \end{cases}$$

2) дизъюнкция $y = x_1 \vee x_2 = \begin{cases} 0\_если\_x_1 = x_2 = 0 \\ 1\_в\_остальных\_случаях \end{cases}$

3) отрицание $y = \bar{x} = 1 - x = \begin{cases} 1\_если\_x = 0 \\ 0\_если\_x = 1 \end{cases}$

n–местная конъюнкция

$$y = \bigwedge_{i=1}^{n} x_i = x_1 x_2 ... x_n = \begin{cases} 1\_если\_x_1 = x_2 = x_n = 0 \\ 0\_в\_остальных\_случаях \end{cases}$$

n–местная дизъюнкция

$$y = \bigvee_{i=1}^{n} x_i = x_1 \vee x_2 \vee ... \vee x_n = \begin{cases} 0\_если\_x_1 = x_2 = x_n = 0 \\ 1\_в\_остальных\_случаях \end{cases}$$

элементарная n– местная конъюнкция:

$$y = x_1^{\alpha 1} x_2^{\alpha 2} ... x_n^{\alpha n}$$

$$x^{\alpha} = \begin{cases} x\_если\_\alpha = 1 \\ \bar{x}\_если\_\alpha = 0 \end{cases}$$

элементарная n-местная дизъюнкция

$$y = x_1^{\alpha 1} \vee ... x_n^{\alpha n}$$

Дизъюнкция нормальная форма (дизъюнкция элементарных конъюнкций) (ДНФ)

$$y = \bigvee x_1^{\alpha 1} x_2^{\alpha 2} ... x_n^{\alpha n}$$

Конъюктивная нормальная форма (конъюнкция элементарных дизъюнкций)

$$y = \bigwedge x_1^{\alpha 1} \vee ... \vee x_n^{\alpha n}$$

Первичное задание алгебры логики состоит в наборе элементов на которых x истинно или ложно.

y	x_1	$x_2 \dots x_n$
1	0	1…1
0	1	1…0

Фундаментальное значение теорема Поспелова. Дает разложение ФАЛ по любым функции аргумента.

$$f(x_1, ... x_i, x_{i+1} ... x_n) = \vee x_1^{\alpha 1} x_2^{\alpha 2} ... x_i^{\alpha i} f(\alpha_1, \alpha_2 ... \alpha_i, x_{i+1} ... x_n)$$

Основные законы Булевой алгебры.

1) Тавтологии

xx=x

$x \vee x = x$

2) Преместительный

$x \vee y = y \vee x$

$xy = yx$

3) Сочетательный

$(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z) = x \vee y \vee z$

$(xy)z = x(yz) = xyz$

4) Распределительный

$x(y \vee z) = xy \vee xz$

$x \vee (yz) = (x \vee y)(x \vee z)$ не имеет аналога в обычной алгебре

5) Отрицание (стрелка Пирса) $\rightarrow \overline{x \vee y} = \overline{x} \cdot \overline{y}$

(штрих Шеппера) $\rightarrow \overline{xy} = \overline{x} \cdot \overline{y}$

6) Поглощение

$x \vee yx = x$

7) Двойного отрицания

$\overline{\overline{x}} = x$

8) Склеивание

$x \vee \overline{x} = 1, \quad x\overline{x} = 0$

9) Ортоганализации

$x \vee \overline{x}y = x \vee y$

Полезны следующие соотношения:

a1=1

a0=0

$a \vee 1 = 1$

$a \vee 0 = a$

При помощи этих законов производят упрощение ФАЛ в частности приведение её к минимальному безновтерному виду.

Логическое уравнение можно привести к арифметическому виду, если заменить логические операции арифметическими и таким образом вычислить их логические значения.

Правила арифметизации логических выражений:

Если логические значения высказываний x_1 и x_2 обозначить теми же буквами x_1 и x_2 то логические значения:

1) $x_1 \wedge x_2 = xx_2$

2) $x_2 \vee x_2 = x_1 + x_2 - x_1x_2$

3) $\overline{x} = 1 - x$

Логика вероятностей метод расчетной надежности.

Нужно определить вероятность обращения ФАЛ в 1 или 0, что на языке теории надежности будет соответствовать вероятности безотказной работы или отказа

P{y=1}=P

P{y=0}=Q

P{x_i=1}=P_i

P{x_i=0}=Q_i

Основные этапы расчета:

1. Словесная формулировка условной работоспособности системы.
2. Составление логической функции работоспособности
3. Минимизация Y_L и проведение её к безнотворной форме
4. Арифметизация Y_L
5. Замена событий (высказываний) их вероятностями

6. Определение функции надежности системы

Примеры расчетов:

Транспортная система метро состоит из трех эскалаторов система система работоспособна, если обеспечивает спуск и подъём. Найти функцию надежности системы, если имеют надежности каждого эскалатора.

i=1,2,3

Составляем логическую функцию работоспособности.

$y = x_1x_2 \vee x_1x_3 \vee x_2x_3 \vee x_1x_2x_i =$

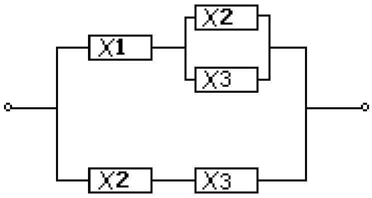
Проводим к min бесповторному виду.

$= x_1x_2\underbrace{(1 \vee x_3)}_{1} \vee x_1x_3 \vee x_2x_3 = x_1x_2 \vee x_1x_2 \vee x_1x_3 \vee x_2x_3 = \underbrace{x_1(x_2 \vee x_3)}_{a} \vee \underbrace{x_2x_3}_{b} = x_1(x_2 + x_3 - x_2x_3) +$

$+ x_2x_3 - x_1x_2x_3(x_2 + x_3 - x_2x_3)$

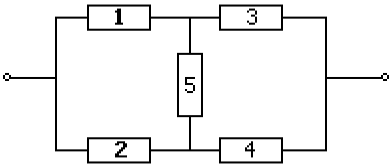
$P_c(t) = P_1(P_2 + P_3 - P_2P_3) + P_2P_3 - P_1P_2P_3(P_2 + P_3 - P_2P_3)$

Последовательно–параллельная структура.



Мостиковая схема.

Структурная схема надежности имеет следующий вид:



$y(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1x_3 \vee x_1x_5x_4 \vee x_2x_4 \vee x_2x_5x_3 =$

$= x_5(x_1x_3 \vee x_1 1x_4 \vee x_2x_4 \vee x_2 1x_3) \vee x_5(x_1x_3 \vee x_1 0x_4 \vee x_2 0x_3) =$

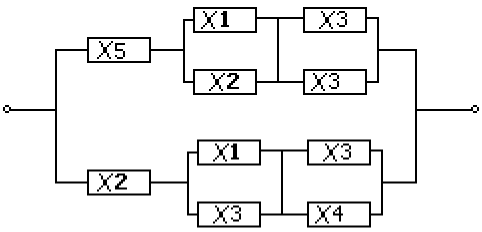
$= x_5(x_1x_3 \vee x_1x_4 \vee x_2x_4 \vee x_2x_3) \vee \bar{x}_5(x_1x_3 \vee x_2x_4) =$

$= x_5\left[x_1(x_3 \vee x_4) \vee x_2(x_4 \vee x_3)\right] \vee x_5(x_1x_3 \vee x_2x_4) = x_5\left[(x \vee x)(x_3 \vee x_4)\right] \vee x_5(x_1x_3 \vee x_2x_4)$

$Y_{\wedge} = x_5\left[(x_1 + x_2 - x_1x_2)(x_3 + x_4 - x_3x_4 + (1 - x_5))(x_1x_3 + x_2x_4 - x_1x_3x_2x_4)\right]$

Замена событий их вероятностями.

$P_c(t) = P_5(P_1 + P_2 - P_1P_2)(P_3 + P_4 - P_3P_4) + (1 - P_5)(P_1P_3 + P_2P_4 - P_1P_2P_3P_4)$



$T_{среднее} = \int_0^\infty P(t)dt$ (среднее время)

Расчет надежности основанный на составлении графопереходов изделия в различные состояния работоспособности.

В практике исследования надежности имеют места процессы перехода изделия из одного состояния в другое в случайные моменты. Для описания системы с конечным числом состояний следует задать в общем случае N–пуассоновских потоков которые характеризуют случайные моменты времени переходов из состояния в состояние.

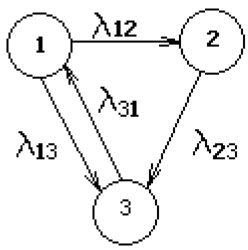
Далее необходимо ввести в рассмотрение относительные вероятности переходов, где вероятность Pij(t) – есть вероятность того, что система находившаяся до момента времени t в состояние x_i перейдет в состояние x_j при условии, что в момент времени j произошёл скачок. Наглядное значение дается с помощью графопереходов.

$P_{ij}(t)$

$P_{ij}(\Delta t) = \lambda_{ij} \Delta t$

$\lambda_{ij} = const$

Перечисляются все состояния в которых находится система и нумеруются от 0 либо от 1. Из этих состояний выделяются состояния работоспособности и отказовое состояние. Определяются интенсивности переходов. Составляется граф переходов

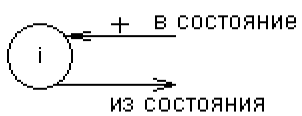


Для определения обозначим

P_i– вероятность нахождения системы

Сформулируем миниманистическое правило.

Определение: Производная вероятности пребывания системы в состоянии x_i равна алгебраической сумме нескольких членов; число членов этой суммы равно числу стрелок на графе состояний системы соединяющих состояние i с другими состояниями.



Каждый член суммы равен произведению вероятности того состояния из которого направлена стрелка на интенсивность потока событий переводящего систему по данной стрелке.

Проэллюстрируем это правило:

$$\begin{cases} \dfrac{dp}{dt} = \lambda_{31} p_3 - \lambda_{12} p_1 - \lambda_{13} p_1 \\ \dfrac{dp_2}{dt} = p_1 \lambda_{12} - p_2 \lambda_{23} \end{cases}$$

$$\frac{dp_3}{dt} = p_1 \lambda_{13} - p_3 \lambda_{31} + p_2 \lambda_{23}$$

Т.к. состояние реализуется обязательно, то сумма вероятностей представляет полную группу событий.

$p_1 + p_2 + p_3 = 1$

Таким образом для

Если требуется определить стационарную вероятность нахождения системы в i-ом состоянии, то производные можно положить $\frac{dp_i}{dt} = 0$ равным нулю.

$К_п$=1-К

Для определения функции надежности p(t) нужно просуммировать вероятность нахождения системы в нужном состоянии.

Вероятность отказа $Q(t) = P_n(t)$

Для определения среднего времени безотказной работы:

$$T = \int_0^\infty P(t)dt = \int_0^\infty \sum_{i=1}^{m=1} P_i(t)dt$$

Обозначим аргумент преобразования Лапласа S тогда $P_i(S) = \int_0^\infty e^{-St} P_i(t)dt$

$$P_i(S)\Big|_{S=0} = \int_0^\infty P_i(t)dt$$

Тогда среднее время:

$$T = \int_0^\infty P(t)dt = \int_0^\infty \sum_{i=1}^{m-1} P_i(t)dt = \sum_{i=1}^{m-1} P_i(S)\Big|_{S=0}$$

Преимущество надежности с исследованием графосостоянием.

При этом он становится практически единственным методом, в других случаях использование булевых алгебр.

Начнем с простого примера:

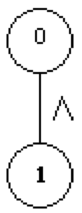
$$P_i(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t)$$

$$P_i(t) = e^{-\lambda t} \qquad \Lambda = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$$

Использование схем состояний

0– все элементы исправны

1– отказал хотя бы один элемент



$$\frac{dp_0}{dt} = -p_0 \Lambda$$

$$p_1 = 1 - p_0$$

$$\int_1^{p_0} \frac{dp_0}{dt} = -\int_0^t \Lambda\, dt$$

$$p_0(t) = e^{-\eta t} = P_c(t)$$

В блоке станция наблюдения применяется резервный передатчик до отказа основного в облегченном режиме.

Интенсивности передатчиков равны

$\Pi|_1 - \lambda_1$

$$\Pi|_2 - \begin{cases} \lambda_2\_до\_вс.\_вр. \\ \lambda_1\_пот.\_вст.\_вр. \end{cases}$$

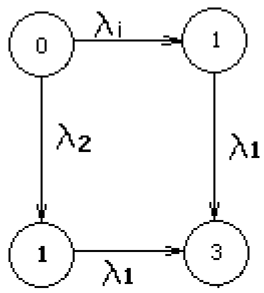
Перечисляем возможные состояния:

0 – $\prod_1$

1 – $\prod_1$ исправен ($\prod_2$ отк.)

2 – $\prod_2$ исправен ($\prod_1$ отк.)

3 – $\prod_1$ и $\prod_2$ отк. (отк.)



Составляем уравнение Космогорова

Используя мниматическое правило

$$\begin{cases} \dfrac{dp_0}{dt} = -(\lambda_1 + \lambda_2)p_0 \\ \dfrac{dp_1}{dt} = \lambda_2 p_0 - \lambda_1 p_1 \\ \dfrac{dp_2}{dt} = \lambda_1(p_0 - p_2) \\ \dfrac{dp_3}{dt} = \lambda_1(p_1 + p_2) \end{cases} \qquad \underbrace{p_0 + p_1 + p_2}_{функция\_надежности} + \underbrace{p_3}_{функция\_отказа} = 1$$

Условие нормировки

Решение системы с использованием преобразования Лапласса.

Преобразуем по Лаплассу при заданных условиях.

$$SP_0(S) - 1 = -(\lambda_1 + \lambda_2)P_0(S)$$

$$SP_1(S) - 1 = \lambda_2 P_0(S) - \lambda_1 P_1(S)$$

$$SP_2(S) = \lambda_1[P_0(S) - P_1(S)]$$

$$P_0(S) = \frac{1}{S + (\lambda_1 + \lambda_2)}$$

$$P_1(S) = \frac{\lambda_2 P_0(S)}{S + \lambda_1}$$

$$P_2(S) = \frac{\lambda_1 P_0(S)}{S + \lambda_1}$$

Находим оригинал

$$p_0(t) = L^{-1}\{P_0(t)\} = e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}$$

$$p_1(t) = L^{-1}\{P_1(s)\} = e^{-\lambda_1 t} - e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}$$

$$P_c = p_0 + p_1 + p_2 = e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} e^{-\lambda t}\left(e^{-\lambda_1 t} - 1\right)$$

Пример 2

Расчет надежности восстанавливаемых систем.

Система состоит из трех частей. Интенсивность отказов каждой из частей равна λ=0,01 1/ч. Интенсивность восстановления ν=2 1/ч. Интенсивность восстановления k_r

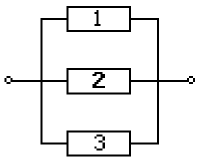
0 – все части исправны

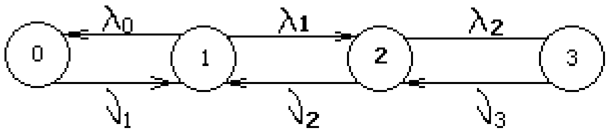
1 – отказала одна часть и поставлена на ремонт

2 – две части отказали

3 – три части отказали (отказовое)

0,1,2 – работоспособность





$\lambda_0 = 3\lambda = 0{,}03 \quad \nu_1 = \nu$

$\lambda_1 = 2\lambda = 0{,}02 \quad \nu_{21} = 2\nu$

$\lambda_2 = \lambda = 0{,}01 \quad \nu_3 = 3\nu$

$$\frac{dp_0}{dt} = -\lambda_0 p_0 + p_1\nu_1 = 0$$

$$\frac{dp_1}{dt} = \lambda_0 p_1 + p_2\nu_2 - p_1\lambda_1 - p_1\nu_1 = 0$$

$$\frac{dp_2}{dt} = \lambda_1 p_1 - p_2\nu_2 - p_2\lambda_2 + p_3\nu_3 = 0$$

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

$$p_2 = p_1\frac{\lambda_1}{\nu_2} = p_0\frac{\lambda_0\lambda_1}{\nu_1\nu_2}; \quad p_1 = p_0\frac{\lambda_0}{\nu_1}$$

$$p_3 = p_0\frac{\lambda_0\lambda_1\lambda_2}{\nu_1\nu_2\nu_3}$$

$$p_0 + p_0\frac{\lambda_0}{\nu_1} + p_0\frac{\lambda_1\lambda_2}{\nu_1\nu_2} + p_0\frac{\lambda_1\lambda_2\lambda_2}{\nu_1\nu_2\nu_3} = 1$$

$$p_0 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_0}{\nu_1} + \frac{\lambda_0\lambda_1}{\nu_1\nu_2} + \frac{\lambda_0\lambda_1\lambda_2}{\nu_1\nu_2\nu_3}} = 0{,}985$$

$p_1 = 0{,}014$

$p_2 = 0{,}0001$

$k_n = 1 - k_r$

$k_r = p_0 + p_1 + p_2 = 0{,}9991$

2) Преобразователь блока: $\eta = 8\cdot 10^{-3}$ 1/час

$\nu = 0{,}8$ 1/час

Преобразователь параметра КОТ состоит из резервного блока отказа, определить значение коэффициента простоя k_p и во сколько раз уменьшится к-т простоя восстановления.

$\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1/ч

$\nu = 0{,}8$ 1/ч оба блока исправны

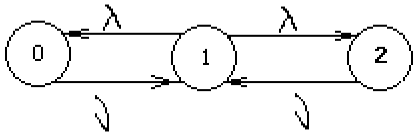
0 – оба блока исправны

1 – вышел из строя рабочий блок

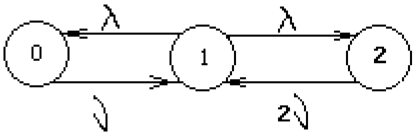
2 – оба блока вышли из строя

Составляем граф переходов ограниченное восстановление.

а) ограниченное восстановление



б) неограниченное восстановление



а) $p_1 = p_0 \dfrac{\lambda}{\nu}$

$$p_2 = p_0 \left(\frac{\lambda}{\nu}\right)^2$$

б) $p_0 + p_0\left(\dfrac{\lambda}{\nu}\right) + p_0\left(\dfrac{\lambda}{\nu}\right)^2 = 1$

Из условия нормировки получаем коэффициент.

$$p_0 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\nu} + \left(\frac{\lambda}{\nu}\right)^2} \qquad K_П = p_2 = \frac{1}{1 + \frac{\nu}{\lambda} + \left(\frac{\nu}{\lambda}\right)^2} = 10^{-4}$$

б) $p_1 = p_0 \dfrac{\lambda}{\nu}$ $\qquad p_2 = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\lambda}{\nu}\right)^2 p_0$

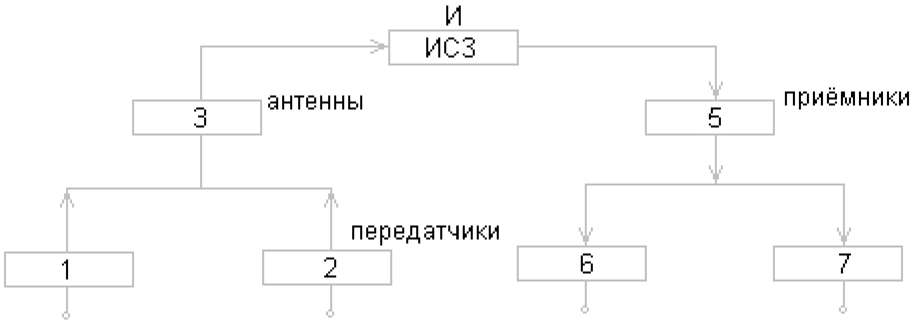
$$p_0 + p_0\left(\frac{\lambda}{\nu}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{\nu}\right)^2 p_0 = 1$$

$$p_2 = k_П = \frac{1}{1 + \frac{2\nu}{\lambda} + 2\left(\frac{\nu}{\lambda}\right)^2} = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$$

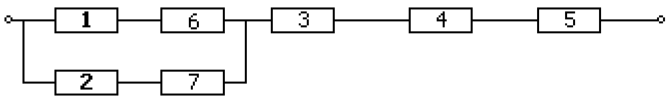
Примеры задач.

1) Записать в общем виде формулы для расчета надежности системы связи с использованием ИСЗ

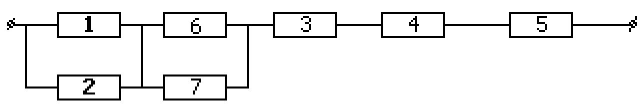
Функциональная схема представлена на следующем рисунке



В качестве критерия надежности принимается хотя бы один.
Разделение каналов 2 способами:
а) частотный каждый передатчик закреплен за определенным приёмником
б) временный каждый передатчик может работать с любым приёмником
Исходные данные являются вероятностью безотказной работы в течении наработки 3
$P_j(t_3)$ j=1...7
Решение:
При частотном разделе каналов отказ передатчика любого канала приводит к невозможности использования соответственного приёмника.
Для того чтобы хотя бы один телевизионный канал был работоспособен необходимо безотказная работа устройств 1и 6 (или 2 и 7) а также 3,4 и 5. Следовательно логическая схема надежности имеет вид.
X_i – событие заключается в том, что соответствующее устройство исправно.
Тогда $y(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = x_3x_4x_5[x_1x_6 \vee x_2x_7 \vee x_1x_2x_6x_7] = x_3x_4x_5[x_1x_6 \vee x_2x_7]$



Производим арифметизацию
$y = x_3x_4x_5[x_1x_6 + x_2x_7 - x_1x_6x_2x_7]$
$P_c(t) = P_3P_4P_5[P_4P_6 + P_2P_7 - P_1P_6P_2P_7]$
$P_c(t) = \{1 - [1 - P_1P_6][1 - P_2P_7]\}P_3P_4P_5$
При временном разделении каналов для безотказной работы необходимо, чтобы были исправны 1 (или 2 или 1и 2) и 6(или 7 или 6 и 7), а также 3,4 и5
$y(\cdot) = x_3x_4x_5(x_1x_6 \vee x_3x_2 \vee x_1x_2 \vee x_2x_6) = x_3x_4x_5\{x_1(x_6 \vee x_7) \vee x_2(x_6 \vee x_7)\} = x_3x_4x_5\{(x_1 \vee x_2)(x_6 \vee x_7)\}$
$y = x_3x_4x_5 - \{(x_1 - x_2 - x_1x_2)(x_6 + x_7 - x_6x_7)\}$
$P_c = P_3P_4P_5 - \{(P_4 + P_2 - P_1P_2)(P_6 + P_7 - P_6P_7)\}$



$P_c = \{1 - [1 - P_1][1 - P_c]\}\{1 - [1 - P_0][1 - P_7]\}P_3P_4P_5$
Задача 2
Рассчитать вероятность безотказной работы в течении наработки $t_i = 10$ час.
Промежуточного пункта радиорелейной станции. Состав аппаратуры пункта: антенно-фидерное устройство1, входное устройство 2, аппаратура служебной связи 1 с ненагруженным резервом, две приёмно-передающие стойки 4 с нагружением скользящим. Система питания.

Система питания состоит из дизель генератора 5 и двух внешних источников 6. Питание может производится из любых этих источников.
Разделим схему надежности на части и определим функцию надежности.
А– перезервированная часть

$$P_A = \exp\left(-\left(\lambda_1+\lambda_2\right)t_6\right)$$

$$Q_A(t) = 1-\exp\left[-\left(\lambda_1+\lambda_2\right)t_2\right] \approx \left(\lambda_1+\lambda_2\right)t_i \approx 10^{-4}$$

Б – система служебной связи с холодным резервом

$$P_2(t) = P_1(t) + \int_0^t P(t-\tau)q_1(\tau)d\tau$$

$$P_1(t_i) = e^{-t_3 t_2}$$

$$q(t) = Q_1'(t) = -P_2'(t) = \lambda_3 e^{-\lambda_3 t}$$

$$P_Б(t) = e^{-\lambda_3 t} + \int_0^t e^{-\eta_3(t-\tau)}\eta_3 e^{-\eta_3\tau}d\tau = e^{-\lambda_3 t} + \lambda_3 e^{-\lambda t}\int_0^t dx = e^{-\lambda_3 t_i}\left(1+\lambda_3 t_2\right)-1-\frac{1}{2}\lambda_3^2 t_3^2$$

Схема 2 из 3

$$P_B = 3P_4^2 - 2P_4^3 = 3e^{-2\lambda_4 t} - 2e^{-3\lambda_4 t}$$

$$Q_B = 1-P_B = 1-3e^{-2\lambda_4 t} + 2e^{-3\lambda_4 t} + 2e^{-3\lambda_4 t} \approx 5\cdot 10^{-5}$$

Система питания

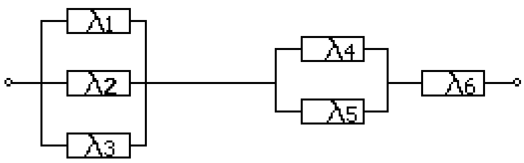
$$P_r(t) = 1-\left[\left(1-e^{-\lambda_5 t}\right)\left(1-e^{-\lambda_2 t}\right)^2\right] \approx 5\cdot 10^{-5}$$

$$Q_r(t) = \lambda_5 t_c \lambda_6^2 t_c^2 = 3\cdot 10^{-5}$$

$$Q_c(t) = Q_A(t) + Q_Б(t) + Q_B(t) + Q_T(t) \approx 2\cdot 10^{-4}$$

$$Q_c = 1-P_c$$

Задача 3
В системе уравнения логическая схема изображена применимо резервирование по схеме 2 из 3. Измерительное устройство при пассивном дублировании усилителя преобразователя.



$\lambda_1 = 1\cdot 10^{-3}$ $\qquad P_i = ?$

$\lambda_3 = 4\cdot 10^{-3}$ $\qquad$ t=500

$\lambda_6 = 5\cdot 10^{-4}$

Обозначим резервную группу 1

$$P_1(t) = 3P_1^2 - 2P_i^3 = 3\left\{\exp\left[\lambda t_i\right]\right\}^2 2\left\{\exp\left[-\lambda_i t_i\right]\right\}^3 = 3\exp\left[-2\cdot 1\cdot 10^{-3}\cdot 50\right] - 2\exp\left[3\cdot 10^{-3}\cdot 50\right] = 0{,}98$$

$$P_c = \left\{1-P_y(t)\right\}^2 = 1-\left\{1-\exp\left[-\lambda_y t_i\right]\right\}^2 = 0{,}97$$

$$P_{стр} = \exp\left[-\lambda_2 t_i\right] = 0{,}975$$

$$P_c = 0{,}98\ \ 0{,}97\ \ 0{,}975 = 0{,}93$$