3 РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЗОНЫ ДОСТИЖИМОСТИ И ТОЧНОСТИ РАДИОУПРАВЛЯЕМЫХ СНАРЯДОВ РСЗО

3.1. Разработка алгоритмов управления по критерию обобщенной работы

Согласно теореме Красовского /10/ для процесса описываемого уравнением

$$\dot{x} = f(x,t) + \varphi(x,t)u \tag{25}$$

оптимальным в смысле функционала минимума обобщенной работы

$$I = V_g(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} f_0(x,t)dt + \int_{t_0}^{t_f} U_g(u,t)dt + \int U_g^*(u_o,t)dt \tag{26}$$

является управление (при $U_g = q^{-1}\sum_{j=1}^{m}(k_j^{-1}u_j)^q dt \quad , U_g^* = p^{-1}\sum_{j=1}^{m}(k_j^{-1}u_j)^p dt$)

$$u_o = -k^p(\varphi^T(\frac{\partial V}{\partial t}))^{p-1} \tag{27}$$

где V – решение линейного уравнения в частных производных (уравнение Ляпунова)

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} f(x,t) = -f_0(x,t) \tag{28}$$

при граничном условии $V(x,t_f)=V_g(x,t_f)$; $p>0$, $q>0$, $p^{-1}+q^{-1}=1$; z^p – четная функция z. Здесь V непрерывная функция имеющая непрерывные частные производные по x, t. В формуле (26) слагаемое $p^{-1}\int_{t0} U_g^*(u_o,t)dt$ соответствует «работе» управлений в оптимальной системе. Как классический функционал так и функционал обобщенной работы (ФОР) дают возможность учесть гладкие ограничения на управление /11/

Параметры ФОР в первом приближении можно задавать исходя из принципа равных вкладов максимальных отклонений

$$\begin{gathered} \frac{\partial V_g}{\partial x_i}\Delta x_{i\max} = \frac{\partial f_0}{\partial x_i}\Delta x_{i\max}(t_f - t_0) = \Delta u_{\max}^2 k^{-2}(t_f - t_0) \\ k^2 = diag(k_i^2),\ \ i = 1,n \quad j = 1,m \end{gathered} \tag{29}$$

Если уравнение управляемого процесса задано в виде

$$\dot{X} = f(X,Y,t), \quad \dot{Y} = u$$

то для приведения его к уравнению вида (25) полагаем:

$$x = (X^T, Y^T), \quad f = (F^T, 0^T), \quad \varphi = (0_{m\times(n-m)}, E_m)_{n\times m}^T$$

При построении вычислительного алгоритма в качестве прогнозирующей модели свободного движения принимается

$$\dot{X}_M = F(X_M, Y_M, t), \quad \dot{Y}_M = 0, \qquad (30)$$

а, уравнения для сопряженных переменных имеют вид

$$\dot{p} = -(\frac{\partial F}{\partial x})^T p - (\frac{\partial f_0}{\partial x})^T \qquad (31)$$

при граничном условии

$$p^T(t_f) = \frac{\partial V_g}{\partial x} \qquad (32)$$

Алгоритм с прогнозирующей моделью является дискретным. Интервал оптимизации разбивается на шаги Δt: t_0, $t_0+\Delta t$,...., $t_0+i\Delta t$,....,t_f. Интервал Δt может быть переменным. Длительность цикла ограничивается сверху величиной Δt_{max} – производительностью ЭВМ, осуществляющей вычисления в реальном времени. Начало очередного цикла с точностью до Δt совпадает текущим времнем $t=t_i$.

На шаге Δt выполняются следующие операции:

1. Интегрируется в прямом времени система уравнений (30) прогнозирующей модели при начальном условии $x_{rmn}(t)=x(t)$, $x(t)$ – вектор состояния системы (25) в момент t_i. Полученное решение хранится в паяти ЭВМ и используется для вычисления матрицы коэффициентов $\frac{\partial F}{\partial x}$ и вектора $\frac{\partial f_0}{\partial x}$ системы (30).
2. При известном $x(t_f)$ определяются граничные условия (31)
3. При найденных граничных условиях условиях в обратном направлении времени от t_f до t интегрируется уравнение (30) вдоль запомненного решения модели (30).
4. Рассчитывается управление аналитически по формуле (27).
5. Интегрируется исходная система на один шаг Δt при постоянном значении выбранного управления

Далее процесс вычислений продолжается на слдеющем шаге.

При ограниченной памяти ЭВМ можно не запоминать решение системы (30) на интервале (t, t_f). Вместо этого следует интегрировать совместно в обратном (ускоренном) времени уравнения (30), (31) при граничных условиях $x_m(t_f)$ и (32) соответственно /11/.

При решении задачи выведения реактивного снаряда в заданную область мы не знаем точного времени окончания управления (момента времени t_f). Для решения этой задачи можно воспользоваться оптимизацией на скользящем интервале времени.

Рассмотрим одно из решений нетерминальной задачи основанное на использовании скользящего граничного условия. Введем в рассмотрение функционал

$$I = V_g(x(t+T), t+T) + \int f_0(x,t)dt + \frac{1}{2}\int (u^T k^{-2} u + u_0^T k^{-2} u_0)dt$$

где в дополнение к принятым ранее обозначениям имеем T – заданный интервал времени, равный, например, желаемому времени переходных процессов. Время T можно подобрать с помощью итераций моделированием или оптимизировать. Функционал I характеризует качество процессов управления на скользящем интервале времени от t до t+T. В этом случае урванение Ляпунова (28) решается при скользящем граничном условии $V_{t+T}=V_g$, а u=u(x, t, T). Данное решение не имеет ограничений в отношении устойчивости исходного объекта /11/.

В задаче выведения радиоуправляемого Р.С. в заданную область прогнозирующая модель описывается системой дифференциальных уравнений приложения 3.